

# REGLA DE NAVEGACIÓN DE 26 cm

## 1 Su objeto

De dos clases son las operaciones de cálculo que tiene que hacer el navegante para determinar la posición del buque en la mar. Son unas las que sirven para dar directamente la situación astronómica; y las otras, preparatorias de ésta, o necesarias para que la situación venga afectada de un error mínimo, cálculos de estima y otras varias, más o menos relacionadas con la conducción del buque.

Entre las primeras, figuran algunas en que se debe extremar la exactitud de los elementos que entran en ellas, para que el error que afecta al resultado caiga dentro de los límites en que se puede admitir una situación como exacta; y para efectuarlas, se han construido tablas de logaritmos con cinco o seis cifras decimales que llenan de una manera satisfactoria e insustituible el objeto para que han sido creadas. De esta índole de operaciones, son las que determinan el horario de un astro por la observación de su altura.

Las demás de la primera clase; y todas las de la segunda, no exigen como condición principal una exactitud exagerada, bastando que esté en relación con la manera práctica de existir del elemento que se busca, necesitándose, en cambio, hacerlas con gran rapidez. En esta categoría entran, la determinación de la hora de las circunstancias favorables para la observación de la altura de un astro con el fin de calcular su horario, los cálculos de la amplitud y azimut para determinar la corrección de la aguja, etc... Sería inútil que la hora en el primer caso viniese dada en segundos, cuando la necesidad práctica no exige más que una aproximación del orden de un cuarto de hora, o que el azimut estuviese calculado con segundos de arco, no pudiéndose hacer la marcación del astro más que con un error, que, por reducido que sea, no baja de medio grado. En estos casos, una aproximación de cinco cifras decimales en los logaritmos para efectuar los cálculos, es claro que no los dañaría; pero además de ser innecesaria, los complicaría en perjuicio de la rapidez con que deben ejecutarse.

Estas consideraciones sugirieron al autor la idea de proyectar una regla de cálculo, de dimensiones reducidas para poderla llevar en el bolsillo, cuyas escalas tuviesen una forma y disposición tales, que permitieran hacer con ella las operaciones siguientes:

1º. Cálculos de estima.

2º. Diversos cálculos de navegación que se estudiarán por separado, tales como horario y altura de un astro en el vertical primario, los mismos elementos en el punto del

cielo en que el ángulo de posición es recto, horas de orto y ocaso, etc..., y

3º. Otros varios cálculos que, aun cuando no muy relacionados con el objeto de la navegación, son, sin embargo, interesantes y útiles al navegante.

Esta regla de navegación, que se llamará en lo sucesivo simplemente regla, está, pues, ideada para resolver con ella todos aquellos cálculos que no requieren una aproximación exagerada, facilitando los resultados y evitando los errores groseros de copia o memoria, que con la práctica de la regla llegarán a atenuarse en muy alto grado. En cambio, los resultados de las operaciones efectuadas con ella vendrán afectados siempre de los errores sistemáticos de su construcción y de los fortuitos, debidos a los errores de apreciación de la vista. Estas dos clases de errores se estudiarán englobados en los casos que se expongan, cuando pudiera caber duda acerca de sus influencias sobre el resultado, para demostrar que, aun en las circunstancias más desfavorables, el valor que alcanzan no es mayor que el grado de aproximación que se necesita.

Otras ventajas grandes de la regla son: ahorrar interpolaciones enojosas entre los dos números de la tabla que comprenden al elemento que se busca; no fatigar el espíritu, como sucede en los cálculos ordinarios; no necesitar, en muchos casos, lápiz ni papel; y poder hacer con ella operaciones, relativamente complicadas, en cubierta o sobre el puente.

## 2 Su principio

Como el de todas las reglas de cálculo, se funda en que el logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores; bastando después, para tener el producto, encontrar el número correspondiente a la suma de los logaritmos. Inversamente, el logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el del divisor.

Si se imagina, por consiguiente, que sobre una regla se han llevado longitudes proporcionales a los logaritmos de los  $n$  primeros números, y se han inscrito sobre la graduación los valores de los números correspondientes, para tener el producto de dos números, bastará llevar a continuación del primero de los factores una abertura de compás igual a la longitud que sobre la misma regla tiene el segundo factor. La lectura de la graduación, en el punto donde caiga la segunda punta del compás, dará el producto.

De esta manera imaginó la regla *Edmundo Gunther*, profesor del Colegio *Gresham* de Londres, quien hizo construir el primer modelo en el año 1600.

Aplicada la regla en esta forma, tenía el inconveniente de necesitar el empleo de un compás cuyas puntas la deterioraban pronto.

Estos dos inconvenientes fueron corregidos por *Winsgate*, de nacionalidad también inglesa, quien el año 1627 empezó a emplear dos reglas graduadas de idéntica manera, bastando entonces llevar el 1 de la segunda regla a coincidir con la graduación correspondiente al primer factor en la primera. Leyendo sobre esta regla la graduación correspondiente al segundo factor en la segunda, se encontraba el producto.

Más tarde, *Seth Partridge* le dio la forma de regla y reglilla de deslizadera; y, por último, *A. Mannheim*, lugarteniente de artillería de Metz, la proveyó en 1851 del cursor necesario para no fatigar inútilmente la vista, y para poder efectuar las operaciones entre varios números sin leer los resultados parciales, no habiendo cambiado ya de forma, desde entonces, tan útil instrumento.

Es evidente que aun cuando en la regla necesitan tener representación todos los números, no por esto ha de ser de longitud ilimitada; porque los logaritmos de dos números que se componen de las mismas cifras tienen igual mantisa, diferenciándose en la característica, que la regla no determina de por sí. Más adelante se dirá el modo de determinar el número de cifras de la parte entera del resultado de una operación.

Una regla de cálculo que tuviese inscritos los números de *uno* a *diez*, bastaría para poder hacer con números cualesquiera las operaciones de multiplicar, dividir, elevar a potencias. y, extraer la raíz cuadrada.

De la misma manera, si la regla trae inscritos los números, y la reglilla las funciones trigonométricas dispuestas en forma que se correspondan con los números de la regla; es decir, que enfrente de cada función esté su valor numérico, la operación descrita más arriba daría el producto de un número por un *seno* *coseno*, etc... La operación inversa daría el cociente.

El producto o cociente de dos funciones estaría dado por el producto o cociente de los números correspondientes leídos en la regla.

### 3 Descripción

Se compone de tres partes: la *regla*, propiamente dicha, la *reglilla* y el *cursor*.

La regla, que es de madera, lleva practicada en su cara superior un rebajo rectangular para alojar la reglilla,

también de madera, la cual puede deslizarse guiada por dos resaltes que penetran en dos ranuras del rebajo.

El cursor, que es metálico, puede igualmente correr a lo largo de la regla, y va provisto de un cristal con un trazo negro normal a la dirección del movimiento.

Las figuras 3 y 4 indican la disposición en conjunto de regla, reglilla y cursor.

La regla (figura 1) tiene grabadas dos graduaciones exactamente iguales en los bordos del rebajo de la reglilla. Para la construcción de estas dos escalas, se tomó una longitud de 25 cm, que se dividió en dos partes iguales, tomando cada una de estas partes como unidad.

Por ser 1 el logaritmo de 10, el 10 vendrá a caer precisamente en la mitad de la regla, a una distancia de 125 mm desde el origen de la graduación.

Otro número cualquiera, el 2, por ejemplo, se encontrará llevando, a partir del mismo origen, una distancia de:

$$125 \times \log. 2 = 125 \times 0,301 = 37,625 \text{ mm}$$

Evidentemente el 20 estará a igual distancia del 10 que está el 2 del 1.

La mitad de la graduación, del 10 a la derecha, será, por consiguiente, igual a la otra mitad del 1 al 10, y no se detallará más que la graduación de media escala.

De 1 a 2, están grabados los números 1,1, 1,2... 1,9; y el espacio entre cada dos de estos números está dividido en cinco partes, correspondiendo cada una a 0,02.

De 2 a 5, las divisiones más pequeñas corresponden a 0,05; y los números están anotados de 0,5 en 0,5.

De 5 a 10, los números continúan anotados de la misma manera; pero las divisiones más pequeñas corresponden a 0,1.

En la cara a bisel de la regla, hay una escala graduada en milímetros de 0 a 250, visible en la figura 1, que empieza y termina donde empiezan y terminan las otras dos descritas, y cuyo objeto no es otro que el de servirse de esta regla como regla de dibujo ordinaria.

En la cara opuesta está grabada otra graduación, también en milímetros, de 0 a 260, no visible en ninguna de las figuras, que abarca la longitud completa de la regla, y que por esta razón se llama de 26 cm. El objeto de esta graduación es el de medir pequeñas distancias; y cuando ya éstas pasen de dicha longitud, se hará entonces uso de la graduación de la parte inferior del rebajo de la reglilla (figura 3), graduada de 260 a 510 mm. Trasladando la reglilla siempre hacia la derecha, la separación entre su extremo derecho y el izquierdo de la regla está dado en la graduación interior. Así, en la figura se mide una distancia

de 38,5 cm. Esta disposición de la regla es muy adecuada para la medición de diámetros interiores.

Las dos caras de la reglilla están graduadas. Se llamará anverso (figura 1) la que contiene la escala de los *senos* (*S*), *tangentes* (*T*) y *cosenos* (*C*); y reverso (figura 2) a la de los *números* (*N*), *cosenos* y *tangentes*.

La escala de los *números* es igual a las dos de la regla. La de *tangentes* es igual en las dos caras; no así la de *cosenos*, que en el anverso está en arco, y en el reverso en tiempo.

Se empezará por describir la escala de los *senos*.

Para la construcción de ésta (figura 1), se han llevado longitudes proporcionales a los *log. senos*, anotando debajo de cada división el valor correspondiente al ángulo, y tomando la misma escala que sirvió para construir la escala de los *números*. Encima de la división correspondiente a cada ángulo se encontrará, por lo tanto, en la escala de la regla el valor del *seno*.

Como el seno no puede exceder de la unidad, todos los valores de la regla llevarán *cero* de parte entera. En los que están en la segunda mitad de la derecha, al *cero* seguirá el número que se encuentre en la graduación; pero los que estén a la izquierda llevarán, además del *cero* de la parte entera, otro *cero* como primera cifra de la decimal. Así, el seno de 25° es: 0,423, y el de 4° 0,0698.

Esta escala empieza desde el ángulo correspondiente a 0,01, que es próximamente 35', hasta 90°, pudiéndose calcular, por consiguiente, todos los senos que se encontrarán en la práctica de la navegación para los cálculos que no exijan una gran exactitud.

Al principio, las divisiones se suceden de 5' en 5' hasta 10°. Desde este valor hasta 20°, de 10' en 10'. De 20 a 40, de medio en medio grado; y ya desde 40°, la división es por grados hasta 70. De 70 a 80, de 2 en 2; y de 80 a 90 no hay más que dos divisiones.

Para la construcción de la escala de tangentes, se tomaron de la misma manera longitudes proporcionales a los *log. tangentes*, que se llevaron con la misma unidad de 125 milímetros, correspondiéndose entonces con los números de la regla.

Como las tangentes varían de 0 a ∞, no han podido tener representación más ángulos que los que tienen sus tangentes comprendidos entre 0,1 y 10, o sea desde 6° a 84°, ambos aproximadamente.

La escala es simétrica con relación a los 45°, variando en sus extremidades de 10 en 10', y hacia su centro de 20 en 20'.

La escala de *cosenos* del anverso es rigurosamente igual a la de *senos*, con sus graduaciones complementarias;

porque el coseno de un ángulo es igual al seno del complemento.

En la escala de *cosenos* del reverso, hay pequeñas diferencias originadas por la necesidad de poner su graduación en tiempo. Esta escala empieza en 5<sup>h</sup> 58<sup>m</sup> a la izquierda, y termina en 0<sup>h</sup> a la derecha. Al principio, la graduación varía de 20 en 20<sup>s</sup> hasta 5<sup>h</sup> 20<sup>m</sup>. Desde este punto hasta 4<sup>h</sup>, las divisiones se suceden de 1 en 1<sup>m</sup>. Desde 4<sup>h</sup> a 3<sup>h</sup>, de 2 en 2<sup>m</sup>. Desde 3<sup>h</sup> a 1<sup>h</sup> 20<sup>m</sup>, de 5 en 5<sup>m</sup>. Desde 1<sup>h</sup> 20<sup>m</sup> a 1<sup>h</sup> hay dos divisiones, continuando las otras tres de 20 en 20<sup>m</sup>.

Todas las graduaciones llevan a su izquierda, así en la regla como en la reglilla, la inicial del elemento que miden, como se ve en las figuras 1 y 2.

En la figura 1, a la derecha de las graduaciones, se ven las indicaciones *D*, *A*, *R*, *Im*,  $\Delta l$  y  $\Delta L$ ; y en la figura 2, las  $\Delta l$  y *R*, colocadas para facilitar la memoria de los cálculos de estima, y cuyo significado se explicará en las aplicaciones.

La reglilla está graduada en forma tal, que viene a ser por un lado parte inferior lo que por el otro es superior; de manera que, teniendo la regla en la mano, bastará girarla para que se pueda leer al derecho la graduación del reverso de la reglilla. La regla lleva en su extremidad de la derecha una escotadura que deja ver la parte de graduación del reverso que cae enrasada con una línea de fe que se corresponde con la línea 100 - 100. Esta disposición tiene por objeto facilitar la conversión de arco a tiempo y viceversa. Bastará, en efecto, trasladar la escala de *cosenos* hasta que el *cero* caiga enfilado con la línea 100 - 100, para poder leer detrás, en la otra escala de *cosenos* y debajo de la línea de fe, el tiempo correspondiente.

En la escala superior de la regla, existen unos trazos de referencia designados por *A*, *lp*, *M*, *P*,  $\pi$ , *Vm*, *Mm*, *R*, *Cp* y *R°*, colocados en las graduaciones siguientes:

El	<i>A</i>	en	1,18
»	<i>lp</i>	»	14,2
»	<i>M</i>	»	1.852
»	<i>P</i>	»	2,54
»	$\pi$	»	3,14
»	<i>Vm</i>	»	0,514
»	<i>Mm</i>	»	3.600
»	<i>R</i>	»	57,3
»	<i>Cp</i>	»	600
»	<i>R°</i>	»	80

En la escala inferior, existe otro trazo sobre la graduación 122 designado por *CP*; y, por último, en la reglilla y sobre la escala de los números, se ven las dos referencias, *D<sub>a</sub>* en 106,5 y *d* en 2,08.

De unos y otros se dirá el objeto, al tratar las aplicaciones.

Como complemento de la regla, lleva pegada ésta en su reverso una tira de papel sobre la que están impresas las fórmulas que entran en los cálculos de navegación más corrientes, los cuadros de *senos* y *tangentes* de ángulos grandes, un cuadro para determinar las depresiones aparentes y distancias al último punto visible del horizonte correspondientes a elevaciones inferiores a 15 metros, y otro cuadro que da las correcciones a las horas del orto y ocaso verdadero para tener las del aparente; todo dispuesto en la forma que sigue.

A la izquierda de la tira se ve primero el cuadro:

Sen 80° = 0,985 = sen 5 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup>
» 81 = 0,988 = » 5 24
» 82 = 0,990 = » 5 28
» 83 = 0,993 = » 5 32
» 84 = 0,994 = » 5 36
» 85 = 0,996 = » 5 40
» 86 = 0,997 = » 5 44
» 87 = 0,998 = » 5 48
» 88 = 0,999 = » 5 52
» 89 = 0,999 = » 5 56

al cual se debe recurrir cuando se trate de hallar el ángulo o la hora correspondiente a un *seno* o *coseno* de valor próximo a la unidad.

Sigue después el cuadro de depresiones y distancias, en la forma siguiente:

<i>e</i>	<i>D''<sub>a</sub></i>	<i>d</i>
2	2' 31"	2,94
3	3 5	3,60
4	3 33	4,16
5	3 58	4,65
6	4 21	5,09
7	4 42	5,49
8	5 1	5,88
9	5 20	6,23
10	5 37	6,57
11	5 53	6,89
12	6 9	7,20
13	6 24	7,49
14	6 39	7,77
15	6 53	8,05

En la primera columna están las elevaciones en metros, en la segunda las depresiones en minutos y segundos, y en la tercera las distancias en millas al último punto visible del horizonte.

Un tercer cuadro da las correcciones en minutos a las horas del orto y ocaso verdadero del Sol para obtener las del aparente, entrando con la latitud en la primera columna como argumento vertical, y los grados de la declinación como argumento horizontal.

<i>l</i>	5°	10°	15°	18°	20°	21°	22°	23°	24°
°	min.	min.	min.	min.	min.	min.	min.	min.	min.
0	3,4	3,4	3,5	3,6	3,6	3,6	3,7	3,7	3,7
15	3,6	3,6	3,6	3,8	3,8	3,8	3,8	3,8	3,9
25	3,8	3,8	3,9	4,0	4,0	4,1	4,1	4,1	4,2
35	4,1	4,2	4,3	4,6	4,6	4,6	4,6	4,7	4,7
45	4,8	4,9	5,1	5,5	5,5	5,6	5,6	5,7	5,8
50	5,3	5,5	5,8	6,2	6,2	6,3	6,5	6,6	6,8
54	5,8	6,0	6,4	7,1	7,1	7,3	7,5	7,7	8,0
56	6,1	6,4	6,8	7,6	7,6	7,9	8,1	8,5	8,8
58	6,5	6,8	7,3	8,4	8,4	8,7	9,0	9,5	10,0
60	6,9	7,2	7,9	9,3	9,3	9,7	10,2	10,8	11,6

Siguen e estos cuadros las fórmulas para resolver los problemas de navegación, empezando por las de estima:

$$\left. \begin{aligned} \Delta l &= D \cdot \cos R \\ A &= D \cdot \sin R \\ A &= \Delta L \cdot \cos lm \\ \left. \begin{aligned} \operatorname{tg} R &= \frac{A}{\Delta l} \\ D &= \frac{\Delta l}{\cos R} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\}$$

Indicando con la llave de la izquierda las que sirven para resolver el problema directo, y con la de la derecha el inverso.

Las fórmulas que determinan la altura y horario de un astro al hallarse en el vertical primario, o en el punto del cielo en que su ángulo de posición es recto:

$$\left. \begin{aligned} \sin a &= \frac{\sin d}{\sin l} \\ \cos h &= \frac{\operatorname{tg} d}{\operatorname{tg} l} \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} \sin a &= \frac{\sin l}{\sin d} \\ \cos h &= \frac{\operatorname{tg} l}{\operatorname{tg} d} \end{aligned} \right\}$$

que siguen a las anteriores, no necesitan otra explicación.

Vienen después las fórmulas que dan el horario de un astro al hallarse en el horizonte, para los casos en que la declinación y la latitud sean ambas superiores a 6°, que las dos sean menores, o que una sea mayor y otra menor; y que son:

$$\left. \begin{aligned} \cos h &= -\operatorname{tg} l \cdot \operatorname{tg} d \\ l \pm d \pm h &> 6^h \\ l \pm d \mp h &< 6^h \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} 6^h \pm (230 \cdot \sin l \cdot \sin d)^m \\ l < 6^\circ \quad d < 6^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 6^h \pm (230 \cdot \operatorname{tg} l \cdot \operatorname{sen} d)^m \\ l > 6^\circ \quad d < 6^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 6^h \pm (230 \cdot \operatorname{sen} l \cdot \operatorname{tg} d)^m \\ l < 6^\circ \quad d > 6^\circ \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} d &= \frac{H}{\operatorname{tg} \theta} \\ d &= \frac{H}{2,9 \cdot \theta} \cdot 10^4 \end{aligned} \right\}$$

A la primera acompaña la regla de signos, que es aplicable a las demás, y que quiere decir que el horario será mayor de  $6^h$  si la declinación y latitud son de la misma especie, y menor en el caso contrario.

A estas fórmulas siguen las que sirven para determinar, entre otros problemas, el azimut de un astro:

$$\left. \begin{aligned} p' &= \frac{\operatorname{tg} d}{\operatorname{sen} h} \\ \pm l) \pm d), E-, W+ \\ \pm l) \mp d), E+, W- \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} p'' &= \frac{\operatorname{tg} l}{\operatorname{tg} h} \\ h < 6^h, E+, W- \\ h > 6^h, E-, W+ \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} p' + p'' &= p \\ \cot Z &= p \cdot \cos l \\ E, \pm p &\begin{cases} \text{depresso} \\ \text{elevado} \end{cases} \\ W, \pm p &\begin{cases} \text{elevado} \\ \text{depresso} \end{cases} \end{aligned} \right\}$$

Cada fórmula está acompañada de la regla de signos correspondiente.

Siguen a éstas, y por el mismo orden, las fórmulas:

$$d = D \cdot \frac{\operatorname{sen} R}{\operatorname{sen} (R' - R)}$$

$$d_{\min} = D \cdot \frac{\operatorname{sen} R \cdot \operatorname{sen} R'}{\operatorname{sen} (R' - R)}$$

$$p = P \cdot \cos a$$

$$a_r = a + D \cdot \cos G$$

$$l = a - \Delta \cdot \cos h$$

$$p = \frac{\operatorname{tg} (h_{SF} - L)}{\operatorname{sen} Z} \cdot 3438$$

$$\cos a = 0,122 \cos d$$

$$x = R \cdot \frac{L}{360}$$

$$A = 1,18 u$$

$$D'' \cdot a = 106,5 \cdot \sqrt{e}$$

$$d = 2,08 \cdot \sqrt{e}$$

y termina la tira de papel con las tangentes para ángulos grandes:

$\operatorname{tg} 84^\circ$	$= 9,514$	$= \operatorname{tg} 5^h 36^m$
» 84,5	$= 10,385$	$= \gg 5 \ 38$
» 85	$= 11,430$	$= \gg 5 \ 40$
» 85,5	$= 12,706$	$= \gg 5 \ 42$
» 86	$= 14,301$	$= \gg 5 \ 44$
» 86,5	$= 16,350$	$= \gg 5 \ 46$
» 87	$= 19,081$	$= \gg 5 \ 48$
» 87,5	$= 22,904$	$= \gg 5 \ 50$
» 88	$= 28,636$	$= \gg 5 \ 52$
» 88,5	$= 38,188$	$= \gg 5 \ 54$
» 89	$= 57,290$	$= \gg 5 \ 56$
» 89,5	$= 114,588$	$= \gg 5 \ 58$

#### 4 Manejo de la regla aplicado a las operaciones generales de cálculo

Antes de estudiar la aplicación de la regla a las fórmulas de navegación, se explicará su manejo en las operaciones con los números y funciones trigonométricas.

No disponiendo de un modelo de regla, podrá el lector seguir los cálculos que se explican, valiéndose de un compás aplicado en la forma que lo hizo Gunther en su regla primitiva; se imaginará movida la reglilla de modo que la extremidad de su graduación venga a caer sobre el lugar señalado con la segunda punta del compás.

En esta regla, como en todos los instrumentos de medida, es muy conveniente acostumbrarse desde un principio a apreciar a ojo la décima parte de la división más pequeña, que no suele ser inferior a medio milímetro. Sujetándose a esta condición ha sido graduada esta regla, cuyas divisiones más pequeñas son todas superiores a aquella cantidad, a excepción de la  $85-90^\circ$  de la escala S, porque se ha creído preferible dividir el intervalo  $80-90^\circ$  para hacer más fácil la lectura.

##### 4.1 LECTURA DE LOS NÚMEROS

Se ha visto en la descripción de la regla que las escalas superior e inferior son iguales entre sí, e iguales a la designada por  $N$  en la reglilla. Estas son las que sirven para resolver las operaciones entre los números; y estando las dos primeras idénticamente dispuestas, no se utilizarán en estos cálculos más que la superior, por corresponderse con la de igual clase de la reglilla al colocar ésta con su

reverso hacia arriba. Haciéndolas coincidir, estas dos graduaciones ofrecerán el aspecto de la figura 5, en la que se ha imaginado que el cursor ocupa las posiciones de los diversos trazos indicando cada uno de éstos con el número que corresponde a su posición, como ejercicio de la lectura de las graduaciones.

#### 4.2 PRODUCTO DE DOS O MÁS NÚMEROS

Primer ejemplo:  $3,5 \times 1,3 = 4,55$

Se empezará por llevar el *1* de la escala *N* del reverso de la reglilla (reglilla invertida) debajo del 3,5 de la graduación superior de la regla (fig. 6) y correspondiéndose con la división 1,3 de la primera se encontrará el producto 4,55.

Si se prescinde de la colocación de la coma de los decimales, como en efecto se debe prescindir, el mismo producto de

$$35 \times 13 = 455$$

viene dado en la segunda mitad de la regla, quedando por determinar el número de cifras de la parte entera.

Se observará antes que se obtiene también el mismo producto, llevando en vez del *1* o del *10* el *100* de la reglilla debajo de uno de los factores en la regla, y que, por consiguiente, no es preciso mover siempre aquella hacia la derecha, conviniendo en el caso de varios factores hacerlo también hacia la izquierda.

Para efectuar un producto de varios factores, se mueve la reglilla hasta que el *1* caiga debajo del primer factor encontrado en la primera parte de la graduación de la regla, corriendo el cursor hasta colocarlo sobre el segundo factor de la primera parte de la reglilla; y puede suceder que este producto caiga en la primera mitad de la regla o en la segunda. En el primer caso, el número de cifras enteras del producto será igual a la suma menos una de las de los dos sumandos: en el segundo, igual a la suma.

Resulta innecesario leer este primer producto, que queda determinado en la regla por la posición del cursor.

Se volverá a mover la reglilla otra vez hacia la derecha, llevando el *1* debajo del cursor y moviendo éste hasta colocarlo encima del tercer factor. Si esto fuese posible, el número de cifras enteras del producto sería la suma menos una de las de los dos factores, si el resultado de la multiplicación cae en la misma parte de la regla que estaba el producto anterior; si cae en la inmediata, el número de cifras sería la suma; pero pudiera suceder que después de llevar el *1* debajo de la división de la regla no fuera posible llevar el cursor encima del otro factor en la reglilla por caer éste fuera de aquella. En este caso se multiplicaría con el *100* en vez de hacerlo con el *1*, llevando el extremo derecho de la reglilla debajo de la división de la regla, moviéndola, naturalmente, hacia la

izquierda. Si el resultado de la multiplicación cae en la misma parte de la regla que el producto anterior, entonces el número de cifras enteras viene dado por la suma, y por la suma menos una si cae en la parte inmediata.

Resumiendo: Es indiferente multiplicar con el *1* o con el *100*, conviniendo hacerlo con ambos extremos para no tener que leer inútilmente los productos intermedios. El número de cifras enteras del producto viene dado, cuando se multiplica con el *1*, por la suma menos una si cae el resultado en la misma parte, y por la suma si en la inmediata. Por el contrario, multiplicando con el *100*, el número de cifras está dado por la suma cuando cae en la misma parte, y por la suma menos una cuando cae en la inmediata.

Tratándose de números menores que la unidad, se considerará como número de cifras de la parte entera un número negativo igual al de ceros entre la coma y la primera cifra, y se aplicará la regla anterior. Así en el

Segundo ejemplo:  $0,0035 \times 0,013,$

la suma de las cifras enteras es:

$$- 2 - 1 = - 3$$

y como se multiplica con el *1*, y el producto cae en la misma parte que el multiplicando, el número de cifras de aquél será:

$$- 3 - 1 = - 4$$

y el producto

$$0,000045$$

Esta práctica no es recomendable porque podría acarrear errores, y tratándose de números menores que la unidad, es preferible reducirlos a que tengan una cifra entera multiplicándolos por 10 elevado a una potencia negativa conveniente; y escribir:

$$0,0035 \times 0,013 = 4,55 \times 10^{-5}$$

#### 4.3 COCIENTE DE DOS NÚMEROS

Tercer ejemplo:  $4,55 : 1,3 = 3,5$

Es operación inversa a la anterior. Se buscará el dividendo 4,55 en la escala superior (figura 6), y se llevará debajo de él el divisor 1,3, buscado en la primera mitad de la reglilla, encontrándose el cociente encima de su *1* o de su *100*, según que el dividendo sea mayor o menor que el divisor, considerado en el valor de sus cifras, prescindiendo de la colocación de la coma. Este mismo cociente se encontrará encima del *10*, pero no conviene dividir por este número por no ser su posición tan caracterizada como la de los extremos, y para poder unificar las reglas de división de los números y de las funciones trigonométricas.

Como se dijo, se buscará el divisor en la primera parte de la reglilla, y conviene hacerlo así para facilitar la regla del número de cifras enteras del cociente. De esta manera, si la división es con el *1*, el número de cifras enteras del cociente será la diferencia más una si el cociente cae en la misma parte que el dividendo, y la diferencia si cae en la otra. Si el cociente se marca con el *100*, entonces es siempre la diferencia.

La figura 7 representa el producto

$$1,3 \times 3,5 = 4,455$$

o el cociente

$$4,55 : 3,5 = 1,3$$

Las reglas para determinar el número de cifras de la parte entera de un producto o de un cociente, parecen, a primera vista, extremadamente complicadas para poderlas aplicar con rapidez. Esta complicación no es más que teórica, desapareciendo, con poco que se practique, toda duda acerca del número de cifras, sin tener que recurrir a las reglas dadas, que es inútil conservar en la memoria.

#### 4.4 MULTIPLICACIONES Y DIVISIONES SIMULTÁNEAS

4º Ejemplo 
$$\frac{364 \times 2,57 \times 32,5}{973 \times 1,42 \times 17,9} = 1,23$$

Se buscará el *364* en la segunda parte de la escala, llevando debajo de él el *973*, y sin necesidad de leer este cociente ni de mover la reglilla, se conservará que el número de cifras de la parte entera del cociente es *cero* y se llevará el cursor sobre *2,57*, lo que da también *cero* cifras. Debajo del cursor se llevará *1,42* y se moverá éste hasta colocarlo encima del *1* de la reglilla, teniendo el resultado todavía *cero* cifras. Se llevará el cursor sobre el *32,5* de la graduación de aquélla, conservando en la memoria que este resultado tiene *dos* cifras, y, por último, se moverá la reglilla de manera de llevar debajo de aquél el *17,9*; encontrándose

$$1,23$$

con una sola cifra de parte entera.

#### 4.5 ELEVACIÓN A POTENCIAS

No tiene la regla ninguna disposición especial para esta operación, necesiéndose efectuar con ella los productos indicados en la potencia. Así:

5º ejemplo: 
$$2,43^2 = 5,9$$

La figura 8 indica la disposición de la regla en esta operación.

#### 4.6 EXTRACCIÓN DE LA RAÍZ CUADRADA

Hay que distinguir dos casos: que el número cuya raíz se quiere extraer tenga un número par o impar de cifras en la

parte entera. En los dos casos es indiferente buscar el número en la primera o en la segunda parte de la regla.

6º ejemplo: 
$$\sqrt{5,9}$$

Se empezará por colocar el cursor sobre *5,9*, indiferentemente en la primera parte o en la segunda, y se moverá la reglilla en uno u otro sentido hasta que el *10* o el *100* de ella marque en la regla un número igual al de la reglilla que cae debajo del cursor; pero con la condición de que este número sea inferior a *3,16* en el valor de sus cifras, prescindiendo de la colocación de la coma. De esta manera se encuentra (figura 8):

$$\sqrt{5,9} = 2,43$$

7º ejemplo: 
$$\sqrt{59}$$

Como en el caso anterior, se colocará el cursor sobre *59*, indiferentemente en cualquiera de las dos partes de la reglilla, y se moverá la reglilla hasta que una de sus extremidades marque en la regla un número igual al de la reglilla que cae debajo de aquél, con la condición de ser superior a *3,16*. De esta manera se encuentra (figura 9)

$$\sqrt{59} = 7,72$$

Si el número fuera menor que la unidad, se le convertirá en un producto de un número mayor que la unidad por la potencia negativa par conveniente de 10. Así:

8º ejemplo: 
$$\sqrt{0,059} = \sqrt{5,9 \times 10^{-2}} = 0,243$$

No se pueden extraer con esta regla raíces de orden superior.

#### 4.7 PROPORCIONES

Colocando el *1* o el *100* de la reglilla debajo de un número cualquiera de la regla, se encuentran los productos de este número por todos los de la reglilla.

9º ejemplo: Llevando el *1* (fig. 6) debajo del *3,5*, se obtienen los productos de este número por todos los demás.

Colocando un número de la reglilla debajo de uno de la regla, para cada uno de los de ésta se encuentra en aquélla la cuarta proporcional.

10º ejemplo: Llevando el *3,5* de la reglilla debajo del *4,55* de la regla se encuentra (fig. 7) para *26* la cuarta proporcional *20*.

#### 4.8 LECTURA DE SENOS, COSENOS Y TANGENTES

Colocada la reglilla con su anverso hacia arriba, y haciendo coincidir las extremidades de su graduación con las de la regla (figura 1), se encontrará para los diversos valores de los ángulos, leídos en las escalas *S*, *T* y *C*, los

valores de las funciones trigonométricas *seno*, *tangente* y *coseno*.

La figura 10 representa la escala de los senos correspondiéndose con la de los números, y en ella están representadas por trazos diversas posiciones del cursor, e indicados los valores de la función para los ángulos de la escala *S*. Todas estas funciones llevarán *cero* de parte entera, al cual seguirá el número leído en la escala *N* para ángulos superiores a  $5^{\circ} 45'$ , y el número precedido de otro cero más para los ángulos menores de esta cantidad.

La graduación de esta escala empieza en  $35'$ , que es lo suficiente para las necesidades de la práctica y termina en  $90^{\circ}$ , que corresponde a la unidad.

La graduación de la escala *C* es idéntica a la de la *S*, con su numeración complementaria; y su lectura se hace, por consiguiente, de idéntica manera.

No ofrece duda, después de lo dicho, la lectura de la escala *C* del reverso graduada en horas, ni de las dos escalas *T* entre los límites  $5^{\circ} 43'$  y  $84^{\circ} 17'$  con que empieza y termina la graduación.

Para ángulos menores de  $5^{\circ} 43'$  se podrán reemplazar las tangentes por los senos de los mismos ángulos. Los errores que así se cometen son despreciables por no afectar más que a la cuarta cifra decimal. Sin embargo, si se quisiese extremar la exactitud, bastaría, para ángulos mayores de  $3^{\circ} 30'$ , añadir al seno un 0,30 por 100 de su valor.

11° ejemplo:  $\text{tg} 4^{\circ} = 0,0698 \times 1,003 = 0,0700$

Para ángulos mayores de  $84^{\circ} 17'$  se puede operar con el ángulo complementario o recurrir a la tabla de tangentes del reverso de la regla.

12° ejemplo:  $\text{tg} 87,5^{\circ} = \frac{1}{\text{tg} 2,5^{\circ}} = \frac{1}{\text{sen } 2,5^{\circ}} = \frac{1}{0,0436} = 22,9$ .

Por el reverso de la regla se encuentra:

$$\text{tg } 87,5^{\circ} = 22,904$$

Cuando el resultado de una operación viene dado por un seno próximo a la unidad, es preferible entonces determinar el arco por medio de la tabla de senos que también tiene la regla en su reverso. De la misma manera, si se tratase de un coseno, también próximo de la unidad, se entraría en esta tabla y se tomaría el complemento del arco o de la hora.

#### 4.9 OPERACIONES ENTRE NÚMEROS Y FUNCIONES

Se procede de la misma manera que en las operaciones de números entre sí.

13° ejemplo:  $38 \times \text{sen } 5^{\circ} 50' = 3,86$ .

En este caso la multiplicación se hará con el extremo izquierdo de la reglilla, llevando éste debajo del 38 de la regla (fig. 11) y leyendo el número que corresponde con  $5^{\circ} 50'$ .

14° ejemplo:  $7,4 \times \text{sen } 15^{\circ} = 1,917$

No pudiéndose hacer en este caso la multiplicación con la extremidad izquierda, se hará con la derecha, llevándola debajo del 7,4 (fig. 12) y leyendo el número que cae encima de  $15^{\circ}$ .

De estas dos figuras se deduce que

$$\frac{3,86}{\text{sen } 5^{\circ} 50'} = 38 \text{ y } \frac{1,917}{\text{sen } 15^{\circ}} = 7,4$$

15° ejemplo:  $\frac{75 \times \text{sen } 20^{\circ} 30'}{\text{sen } 45^{\circ}} = 37,15$

Se llevará (fig. 13) debajo de 75 los  $45^{\circ}$  de la escala *S* y se leerán 37,15, encima de  $20^{\circ} 30'$ .

De la misma manera se efectuarán las operaciones con las funciones *coseno* y *tangente*, y de éstas entro sí.

#### 4.10 ARCOS COMPLEMENTARIOS

Se dijo que las dos escalas *S* y *C* del anverso están graduadas de idéntica manera con sus numeraciones complementarias y, por consiguiente, bastará colocar el cursor sobre un arco de una de ellas para tener debajo de él y en la otra su complemento. Es claro que si se tratase de hallar el complemento de un ángulo pequeño se buscaría en la escala *S*, y si el de uno grande en la *C*.

#### 4.11 CONVERTIR ARCO EN TIEMPO Y VICEVERSA

En las figuras 1 y 2 se ven corresponderse las dos graduaciones de las escalas *C*, la del anverso en arco y en tiempo la del reverso.

Colocada la reglilla con el anverso hacia arriba y moviéndola hasta llevar el arco que se quiere convertir a estar enrasado con la línea 100-100 de la regla, se encontrará, girando ésta, enfrente de la línea de fe de la escotadura, el tiempo correspondiente. Inversamente, colocando delante de la línea de fe el tiempo, se encontrará, enfrente de la línea 100-100 su conversión en arco.

16° ejemplo:  $21,5^{\circ} = 1^{\text{h}} 25^{\text{m}}$ .

También puede determinarse de un solo golpe el tiempo correspondiente al complemento de un arco y viceversa, buscando el arco en la escala *S*.

#### 4.12 OPERACIONES CON LA REGLILLA INVERTIDA

Para terminar estas operaciones generales, y sólo a título de curiosidad, se indicará un nuevo procedimiento de operar que no ofrece ninguna ventaja sobre el descrito, prestándose a errores de lectura, por lo que no es nada



recomendable. Consiste éste en disponer la reglilla invertida, efectuando la multiplicación como se efectuaba antes la división y viceversa.

17° ejemplo:  $3,5 \times 1,3 = 4,55$

Colocada la reglilla invertida, es decir, con la escala de los números para abajo, se llevará el cursor sobre 35 de la escala inferior de la regla y se moverá aquella trayendo el 13 debajo del cursor, encontrándose 455 sobre el 1.

18° ejemplo:  $4,55 : 3,5 = 1,3$

Se llevará el 1 de la reglilla encima del 455 de la escala inferior, y debajo del 3,5 se encontrará el cociente 1,3.

De la misma manera se podrán efectuar las operaciones entre números y funciones y de funciones entre sí; pero no se insistirá más sobre este procedimiento por no presentar simplificación ninguna y tener el inconveniente de leerse al revés los números de la reglilla.

## 5 Cálculos de Navegación

A continuación se detalla el manejo de la regla, aplicado a una serie de cálculos de navegación, y se examina la magnitud de los errores que puede introducir aquella en los resultados, cuando no es evidente que el error es despreciable.

En algunas de estas aplicaciones no aparecerá desde un principio tal vez muy clara la ventaja de la regla sobre las tablas de navegación, por no ser muy grande la economía de tiempo, y preferirá el calculador no habituado todavía a su manejo recurrir a las tablas. En este caso, lo mismo que en todos los otros en que le sea más cómodo, preferible será que así lo haga, suponiendo que disponga en aquel momento de una de estas colecciones, de un lugar apropiado y de lápiz y papel.

No se trata, por consiguiente, de demostrar que en determinadas condiciones, difíciles con frecuencia de llenar, presente la regla desde un principio ventajas grandes en todos los casos que se van a estudiar. Tampoco son éstos los únicos interesantes al navegante que se pueden resolver con su auxilio. Son unas cuantas aplicaciones de su manejo, que se incluyen a título de ejemplo, para servir de norma a las otras, y para demostrar su gran adaptación a operaciones de cálculo de índole muy diversa.

### 5.1 DIFERENCIAS EN LATITUD Y LONGITUD DEDUCIDAS DE LA ESTIMA

Las tres fórmulas que resuelven este problema son:

$$\Delta l = D \cos R$$

$$A = D \sin R$$

$$A = \Delta L \cos l_m$$

19° ejemplo: Navegando a un solo rumbo

$$\text{lat. sal.} = 38^\circ 37,3' N$$

$$\text{long. sal.} = 6^\circ 42,5' W$$

$$R = N 54 W(v)$$

$$D = 47 \text{ millas}$$

Colocada la reglilla con su anverso hacia arriba, se moverá hacia la izquierda, de manera que la extremidad derecha de su graduación venga debajo del 47 de la escala *N*, y leyendo en la escala inferior de la regla el número correspondiente a  $54^\circ$  de la escala *C*, se encontrará la diferencia en latitud:

$$\Delta l = 27,6' N$$

Sin mover la reglilla se moverá el cursor hasta colocarlo sobre los  $54^\circ$  de la escala *S*, y sin necesidad de leer el número correspondiente, que sería el apartamiento, se moverá la reglilla, llevando los  $39^\circ$  de la escala *C*, que se toman como de latitud media, debajo de la raya del cursor y leyendo en la escala inferior *N* el número correspondiente a la extremidad derecha de la graduación, se encuentra:

$$\Delta L = 48,9' W$$

Las tablas XXXV de Mendoza, 21ª de Estrada y la VI de la colección reglamentaria, resuelven este problema, encontrándose por ellas:

$$\Delta l = 27,6'$$

$$A = 38,0'$$

$$\Delta L = 48,9'$$

resultados exactamente iguales a los hallados por medio de la regla.

Los errores de este cálculo aumentan con la distancia, y cuando el ángulo de rumbo se aproxima a los  $90^\circ$ .

20° ejemplo: A un sólo rumbo

$$\text{lat.sal.} = 38^\circ 37,3' N$$

$$\text{long.sal.} = 6^\circ 42,5' W$$

$$R = N 89 W(v)$$

$$D = 513 \text{ millas.}$$

Siguiendo la misma marcha que en el caso anterior, se encuentra por medio de la regla:

$$\Delta l = 8'94 N$$

$$\Delta L = 655' = 10^\circ 55' W,$$

tomando como latitud media

$$l_m = 38,5$$

Por medio de las tablas citadas, se halla, para una distancia mitad menor de 256,5,

$$\begin{aligned}\Delta l &= 4,5 \\ A &= 256,5 \\ \Delta L &= 327,7\end{aligned}$$

lo que da para la distancia de 513 millas,

$$\begin{aligned}\Delta l &= 9,0' \\ A &= 513' \\ \Delta L &= 655,4' = 10^\circ 55,4'\end{aligned}$$

La igualdad de resultados comprueba que, aun en los casos más desfavorables, los errores que se cometen con la regla en el cálculo de estima son, en la práctica, completamente despreciables.

Para calcular la estima cuando se ha navegado a varios rumbos, se moverá la reglilla hacia la izquierda de manera que el extremo de su graduación caiga sucesivamente debajo de cada una de las distancias. Se leerán en la escala superior de la regla los números correspondientes a los rumbos buscados en la escala *S*, y en la inferior los correspondientes también a los rumbos encontrados en la escala *C*. Las primeras lecturas darán los apartamientos, y las segundas las diferencias en latitud, deduciéndose de ellas el apartamiento total, la diferencia total de latitud y la latitud media.

Se colocará el cursor sobre el valor del apartamiento total, buscado en una de las escalas *N*, y se llevarán debajo de la raya los grados de la latitud media en la escala *C*. La extremidad de la graduación de la reglilla marcará la diferencia en longitud.

Con el fin de facilitar la memoria de estas operaciones, además de llevar inscritas por detrás la regla estas fórmulas, se han colocado a la derecha de las graduaciones las iniciales:

*D*, distancia navegada;  
*A*, apartamiento;  
*R*, rumbo;  
*l<sub>m</sub>*, latitud media;  
 $\Delta l$ , diferencia en latitud, y  
 $\Delta L$ , diferencia en longitud.

## 5.2 RUMBO Y DISTANCIA NAVEGADA, CONOCIENDO LAS DIFERENCIAS EN LATITUD Y LONGITUD

Las fórmulas para este caso son:

$$\begin{aligned}A &= \Delta L \cos l_m \\ \operatorname{tg} R &= \frac{A}{\Delta l} \\ D &= \frac{\Delta l}{\cos R}\end{aligned}$$

21° ejemplo:

$$\begin{aligned}\Delta l &= 27,6' N \\ \Delta L &= 48,9' W\end{aligned}$$

$$l_m = 39^\circ$$

Colocada la reglilla con su anverso hacia arriba, se llevará su extremidad de la derecha encima de 48,9, y el cursor sobre 39° en la escala *C*. Este número, que es innecesario leer, daría el apartamiento. Sin mover el cursor se invierte la reglilla, colocándola con su reverso hacia arriba y llevando debajo de aquel 27,6 de la escala *N*. Lévese después el cursor sobre el *l* de la reglilla y, colocando ésta en su posición normal, léase el ángulo en la escala *T*, y se encontrará: 54,

$$R = N 54 W.$$

Inviértase nuevamente la reglilla, y llevando los 54° de la escala *C* sobre 27,6, se encontrará debajo de la extremidad derecha de la graduación de la regla: 47,

$$D = 47 \text{ millas}$$

Si el cociente  $\frac{A}{\Delta l}$  diese un valor inferior a 0,1, en cuyo caso el ángulo sería menor de 5° 43', se buscará el valor de *R* en la escala *S* en vez de buscarlo en la *T*.

Si, por el contrario, la relación  $\frac{A}{\Delta l}$  fuese mayor de 10, es decir, que el ángulo de rumbo resultase superior a 85° 17', se buscaría *R* en la tabla de tangentes del reverso o se haría el cociente  $\frac{\Delta l}{A}$  tomando como ángulo de rumbo el complemento al ángulo correspondiente a este seno.

La reglilla lleva en la extremidad derecha de las graduaciones de su reverso las iniciales  $\Delta l$  y *R*, que, como las del anverso, sirven para facilitar la memoria de este cálculo.

## 5.3 HORARIO Y ALTURA DE UN ASTRO AL CORTAR EL VERTICAL PRIMARIO

Estos dos elementos están dados por

$$\begin{aligned}\operatorname{sen} a &= \frac{\operatorname{sen} d}{\operatorname{sen} l} \\ \cos h &= \frac{\operatorname{tg} d}{\operatorname{tg} l}\end{aligned}$$

22° ejemplo: Se quiere determinar el horario del corte occidental al vertical primario y la altura en este instante de la estrella  $\lambda$  *Tauri* el 20 de Enero de 1906 en lat. N. 42°.

En el Almanaque náutico se encuentra que la declinación de esta estrella al grado próximo es:

$$d = +12^\circ$$

Por ser la declinación menor que la latitud y de la misma especie, el problema es siempre posible.

Colóquese la reglilla con su anverso hacia arriba de manera que los extremos de su graduación coincidan con los de la regla y muévase el cursor hasta colocarlo sobre los 12° de la escala *S*. Muévase entonces la reglilla hacia

la izquierda llevando los  $42^\circ$  de la misma escala  $S$  debajo de la línea del cursor, y trasládese nuevamente éste hasta que coincida con el final de la graduación de la reglilla. Volviendo ésta a su posición normal de coincidencia de sus extremidades con las de la regla, se hallará debajo del cursor:

$$a = 18^\circ 7'$$

Para hallar el valor de  $h$  se empezará por colocar la reglilla con su reverso hacia arriba en su posición normal y se colocará el cursor sobre los  $12^\circ$  de la escala  $T$ , moviendo la reglilla hacia la izquierda hasta traer bajo la raya del cursor los  $42^\circ$  de la misma escala. Se moverá éste hasta el extremo de la graduación de la reglilla y se llevará ésta a su posición normal, leyendo el horario correspondiente en la escala  $C$ , que es:

$$h = 5^h 5^m$$

Por las tablas 15ª de Estrada, XXIV de Mendoza y XXVII de la colección reglamentaria, que resuelven este problema, se encuentra:

$$a = 18^\circ 6'$$

$$h = 5^h 5^m$$

No se sentirá en la práctica la necesidad de resolver la segunda de estas fórmulas para declinaciones o latitudes superiores a  $84^\circ$ , pero se presentará, en cambio, con frecuencia el caso de tenerla que calcular para ángulos menores de  $6^\circ$ . En este caso se transformará la fórmula en

$$\cos h = \frac{\sin d}{\cos d \cdot \operatorname{tg} l}, \cos h = \frac{\operatorname{tg} d \cdot \cos l}{\sin l} \text{ o } \cos h = \frac{\sin d \cdot \cos l}{\cos d \cdot \sin l}$$

23º ejemplo: Hallar el horario de Sol más conveniente para la observación de su altura el día 25 de Marzo en latitud  $N = 4^\circ 32'$ .

Para este día:

$$d = +1^\circ 34'$$

Se llevará el cursor sobre  $4,5^\circ$  de la escala  $C$ , colocada la reglilla en su posición normal con el anverso hacia arriba, y debajo de él la misma graduación de la escala  $S$ , moviendo el cursor y trayéndolo sobre  $1^\circ 34'$  de esta misma escala; se puede entonces, sin necesidad de dividir por  $\cos d$ , que es muy próximo a la unidad, invertir la reglilla y hacer la lectura en la escala  $C$  graduada en horas. Así se encuentra:

$$h = 4^h 39^m$$

Si la latitud fuese próximamente igual a la declinación del astro, el  $\cos h$  sería próximo a la unidad, y el horario vendría determinado con incertidumbre por la escala  $C$ . En este caso es preferible valerse de la tabla de senos del reverso de la regla, y el complemento a  $6^h$  daría el horario oriental.

Los errores que en estos casos extremos puede introducir la regla son bastante apreciables, aunque no tienen en la práctica de la navegación ninguna importancia, porque la dificultad de observar la altura de un astro próximo al zenit obliga a separarse de las circunstancias favorables.

#### 5.4 HORARIO Y ALTURA DE UN ASTRO EN EL PUNTO DEL CIELO EN QUE SU ÁNGULO DE POSICIÓN ES RECTO

$$\sin a = \frac{\sin l}{\sin d}$$

$$\cos h = \frac{\operatorname{tg} l}{\operatorname{tg} d}$$

24º ejemplo: Determinar el horario y la altura de  $\delta$  de *Cassiopea* en el punto del cielo en que su ángulo de posición es recto el día 7 de Septiembre de 1906 en lat.  $N = 36^\circ$ .

Para esta fecha se encuentra en el Almanaque, al grado próximo:

$$d = +60^\circ$$

El problema es, por consiguiente, posible por ser la declinación y latitud de la misma especie y ésta menor que aquélla.

De la misma manera que para el caso anterior se encuentra por medio de la regla:

$$a = 42,8^\circ$$

$$h = 4^h 20^m$$

Las tablas de Estrada y de Mendoza, construidas sólo para el Sol, no permiten verificar estos elementos; por la colección reglamentaria se encuentra:

$$a = 42^\circ 48'$$

$$h = 4^h 20,5^m$$

Las mismas observaciones que para el caso anterior.

#### 5.5 HORARIO DE UN ASTRO EN EL ORTO Y OCASO VERDADEROS

La fórmula es:

$$\cos h = -\operatorname{tg} l \cdot \operatorname{tg} d$$

Si  $l$  y  $d$  son de la misma especie,  $h$  es mayor de 6 horas, y menor en el caso contrario.

25º ejemplo: Determinar las horas verdaderas al hallarse el Sol en el horizonte racional el día 20 de Noviembre de 1906, en un lugar de lat.  $N = 42^\circ 50'$ .

Para este día se encuentra en el Almanaque:

$$d = -19^\circ 33'$$

Colocada la reglilla con su reverso hacia arriba y en su posición normal, sitúese el cursor sobre la graduación  $42^{\circ} 50'$  de la escala  $T$ , muévase entonces la reglilla hasta que la extremidad izquierda de su graduación caiga debajo de la raya del cursor, y córrase este último, llevándolo encima de  $19^{\circ} 30'$ . Volviendo la reglilla a su posición inicial, se leerá debajo de aquél en la escala  $C$ :

$$h = 4^h 43^m$$

menor de  $6^h$ , por ser la declinación y latitud de contraria especie.

$$\text{Hora verdadera del ocaso} = 4^h 43^m$$

$$\gg \gg \gg \text{orto} = 7^h 17^m$$

Las tablas 16ª de Estrada, bajo el epígrafe de “Arco semidiurno o seminocturno”, y las XXV de Mendoza y XXV de la colección reglamentaria, con el de “Diferencias ascensionales”, resuelven este problema, y por ellas se encuentra:

$$h = 4^h 43^m$$

resultado idéntico al encontrado por medio de la regla.

A medida que la latitud y declinación aumenten, el ángulo en el polo irá disminuyendo y llegará un momento en que no será posible apreciar el medio minuto en la escala  $C$ , error del que no conviene pasar en este caso. Por eso el empleo de la regla a la determinación del orto y ocaso no es en principio aplicable más que al Sol para las latitudes ordinarias, aunque evidentemente conducirá a resultados igualmente exactos para los demás astros, cuyas declinaciones no excedan de  $24^{\circ}$ , o para astros de declinaciones superiores a condición de que la latitud conserve un valor bajo.

Hasta un ángulo en el polo de  $3^h$ , que corresponde para la máxima declinación del Sol a una latitud de  $58^{\circ}$ , la lectura se hace apreciando con exactitud el medio minuto, por variar las divisiones cuando más de  $2^m$  en  $2^m$ . A partir de este valor varían ya de  $5^m$  en  $5^m$ , y aun cuando al principio se puede apreciar aquella fracción sin error apreciable, pronto se hace difícil e imposible a partir de  $1^h 20^m$ . El horario estará, por consiguiente, dado con buena aproximación para valores superiores a  $3^h$ ; con suficiente, hasta  $1^h 20^m$ , y muy errónea para valores inferiores.

Tratándose del Sol, y considerando a la latitud de  $60^{\circ}$  como el límite práctico de las mayores latitudes, la aproximación con que la regla determina el horario es siempre suficiente para que el error de este elemento sea inferior a medio minuto.

26º ejemplo: Determinar el horario del Sol al estar en el horizonte racional de Estocolmo, en lat.  $N = 59^{\circ} 20,5'$  el día 22 de junio de 1906.

En este día la declinación es:

$$d = +23^{\circ} 27'.$$

Procediendo con la regla de la misma manera que para el ejemplo anterior, se obtiene:

$$h = 3^h 8,0^m$$

que es exactamente el mismo resultado a que conducen las tablas.

Prácticamente no se necesitará resolver la fórmula de este caso, para declinaciones o latitudes superiores a  $84^{\circ}$ , límite de la graduación de la escala de tangentes; pero sucederá con frecuencia que  $l$  o  $d$ , o ambos elementos a la voz, sean menores de  $6^{\circ}$ , en cuyo caso habrá que sustituir la tangente del ángulo pequeño por la relación  $\frac{\text{sen}}{\text{cos}}$ .

En general la fórmula será:

$$\cos h = -\frac{\text{sen } l \cdot \text{sen } d}{\cos l \cdot \cos d}$$

que se puede escribir sin error sensible

$$\cos h = -\text{sen } l \cdot \text{sen } d$$

Ahora bien: si  $\text{sen } l$  y  $\text{sen } d$  son cantidades muy pequeñas, su producto lo será más todavía, y pudiera suceder que el valor de  $h$  excediera de las  $5^h 58^m$  del límite de la escala  $C$  y se hiciera su lectura imposible. Para esto caso se puede ver fácilmente que, teniendo en cuenta la pequeñez del producto  $\text{sen } l \times \text{sen } d$ , el ángulo en el polo viene dado con una aproximación mayor que la necesaria por

$$6^h + (230 \cdot \text{sen } l \cdot \text{sen } d)^m$$

o

$$6^h - (230 \cdot \text{sen } l \cdot \text{sen } d)^m$$

según que  $l$  y  $d$  sean de la misma especie o de especie contraria.

Estas fórmulas se podrán aplicar siempre que la declinación y la latitud sean inferiores a  $6^{\circ}$ , y si verificándose esta condición alguno de los dos elementos fuere inferior a  $35'$ , se desprejará el término entre paréntesis, que, aun en el caso más desfavorable, no alcanza a valer

$$230 \times 0,001^m = 0,23^m;$$

tomando  $6^h$  como horario del astro en el horizonte.

27º ejemplo: Calcular el horario de  $\delta$  *Virginis* al estar en el horizonte racional el 20 de Febrero de 1906 en un lugar de lat.  $S = 4^{\circ} 50'$ .

La declinación para este día es:

$$d = +3^{\circ} 54'$$

Colóquese la reglilla con su anverso hacia arriba, multiplíquese  $\text{sen } 4^{\circ} 50'$  por  $\text{sen } 3^{\circ} 54'$ , y llévase el cursor

sobre el producto. Inviértase la reglilla, colocándola con su reverso hacia arriba, y multiplíquese el producto encontrado por 230, lo que da: 1,3. El horario que buscamos será por consiguiente:

$$h = 6^h 1,3^m$$

La exactitud que se obtiene en este caso es notablemente mayor de lo que exigen las necesidades ordinarias.

Si solamente uno de los arcos  $l$  o  $d$  fuese inferior a  $6^\circ$ , pudiera suceder que el valor de  $h$ , de la fórmula general

$$\cos h = -\operatorname{tg} l \cdot \operatorname{tg} d,$$

cayese dentro de los límites de la escala  $C$ , en cuyo caso se determinaría por esta fórmula, como se dijo en el vigesimoquinto ejemplo, o que, por el contrario, continuase siendo inferior a  $5^h 58^m$ , determinándose entonces por las fórmulas

$$6^h \pm (230 \cdot \operatorname{tg} l \cdot \operatorname{sen} d)^m$$

o

$$6^h \pm (230 \cdot \operatorname{sen} l \cdot \operatorname{tg} d)^m$$

según que el elemento pequeño fuese la declinación o la latitud.

#### 5.6 CORRECCIÓN A LAS HORAS DEL ORTO Y OCASO VERDADERO PARA OBTENER LAS DEL APARENTE

Por el reverso de la regla existen tabuladas estas correcciones para declinaciones y latitudes, inferiores respectivamente a  $24^\circ$  y  $60^\circ$ . Las fórmulas que condujeron a estos resultados, son:

$$\Delta h = \frac{203}{\cos l \cdot \cos A}$$

$$\operatorname{sen} A = \frac{\operatorname{sen} d}{\cos l}$$

en las que  $A$  es la amplitud del Sol.

28° ejemplo: Determinar las correcciones a las horas del orto y ocaso del Sol el día 20 de Noviembre de 1906 en un lugar de latitud N. =  $42^\circ 50'$ .

Para este día

$$d = -19^\circ 33'.$$

Colocada la reglilla con su anverso hacia arriba, se efectuará el cociente de  $\operatorname{sen} 19^\circ 30'$  por  $\cos 43^\circ 00'$ , hallando en la escala  $S$  el arco correspondiente:

$$A = 27^\circ$$

Se llevará encima de los 203 de la escala inferior de la regla los  $27^\circ$  de la  $C$  colocando el cursor sobre la extremidad derecha de la graduación de la reglilla. Corriendo la reglilla hasta traer a este punto los  $43^\circ$  de la

$C$ , y leyendo la graduación correspondiente a la extremidad de la derecha, se encuentra:

$$\Delta h = -317^s = -5^m 17^s$$

que se debe restar a la hora del orto y sumar a la del ocaso verdadero para obtener las horas del orto y ocaso aparentes.

En el número 203 de la graduación inferior de la regla se ha trazado una raya de referencia indicada por  $CO$ .

Por medio de la tabla del reverso de la regla se encuentra

$$\Delta h = 5,3^m$$

Las tablas 17ª de Estrada y XXIV de la colección reglamentaria, conducen al mismo resultado.

#### 5.7 AMPLITUD DE UN ASTRO EN EL HORIZONTE

Se determina por la fórmula:

$$\operatorname{sen} A = \frac{\operatorname{sen} d}{\cos l}$$

29° ejemplo: Determinar la amplitud ortiva del Sol el día 6 de Diciembre de 1906 en una latitud N. =  $42^\circ 54,5'$ . La declinación para este día es:  $-22^\circ 26'$ .

Colocada la reglilla con su anverso hacia arriba, se efectuará el cociente de  $\operatorname{sen} 22,5^\circ$  por  $\cos 43^\circ$  colocando el cursor sobre el cociente, y, llevando aquella a su posición normal, se hará la lectura del arco de la escala  $S$  que cae bajo la raya del cursor, encontrándose  $31,5^\circ$ . La amplitud será, por consiguiente:

$$E. 31,5^\circ S.$$

Las tablas 18ª de Estrada, XXVI de Mendoza y XXVI de la colección reglamentaria, resuelven este problema y conducen al mismo resultado.

De la fórmula se deduce que, para que haya amplitud, es decir, para que un astro toque al horizonte, es menester que su declinación sea menor que el complemento de la latitud; en otro caso, la fórmula daría para  $\operatorname{sen} A$  un valor mayor que la unidad, lo que equivaldría a decir que el astro no se ponía nunca o que nunca era visible. Una vez dentro de estas condiciones, a medida que tiendan los valores de  $l$  y  $d$  a satisfacer la igualdad

$$d = 90 - l,$$

irá aumentando  $A$  y disminuyendo, por consiguiente, la exactitud de la operación hecha con la regla, hasta el extremo de que en pasando de  $80^\circ$ , difícilmente se aprecia el grado, y pasando de  $85^\circ$  el error de lectura puede ser de un par de grados.

Tratándose del Sol, esto no es más que un inconveniente teórico, por ocurrir solamente en latitudes muy elevadas.

Para ángulos menores de  $80^\circ$  la escala  $S$  permite apreciar con comodidad, cuando menos, fracciones de medio grado, aproximación superior a la necesaria en la práctica ordinaria.

#### 5.8 AZIMUT DE UN ASTRO, CONOCIDA LA HORA DEL LUGAR Y LA LATITUD PRÓXIMA

Se resuelve este problema por las fórmulas:

$$p = p' + p'' \begin{cases} p' = \frac{tg d}{sen h} \\ p'' = \frac{tg l}{tg h} \end{cases}$$

$$cot Z = p \cdot cos l$$

30° ejemplo: El día 7 de Diciembre de 1906, en lat. N. =  $26^\circ 18'$ , se quiere calcular el azimut del Sol a la hora verdadera reducida de  $21^h 45^m = 24^h - (2^h 15^m)$ . La declinación para esto día es  $d = -22^\circ 39'$ .

Colocada la reglilla en su posición normal y con su anverso hacia arriba, se llevará el cursor sobre  $22^\circ 40'$  de la escala  $T$ . Volviendo la regla, se moverá la reglilla hasta llevar el ángulo en el polo  $2^h 15^m$  de la escala  $C$ , debajo de la línea de fe de la escotadura; leyendo entonces por el anverso la división de la otra escala  $C$  enrasada con la línea 100 – 100 se encuentra:

$$33,7^\circ$$

Se llevará esta división de la escala  $S$  debajo de la raya del cursor, encontrándose como cociente:

$$p' = +0,752$$

De la misma manera se encuentra:

$$p'' = +0,757$$

y por consiguiente:

$$p = +1,509$$

Colóquese el extremo de la derecha de la graduación de la reglilla debajo de  $15, l$  y llévase el cursor sobre los  $26,8^\circ$  de la escala  $C$ . Llevando la reglilla a su posición normal, se encuentra debajo del cursor en la escala  $T$ :

$$54^\circ 15'$$

que da para azimut:

$$Z = 90^\circ - 54^\circ,3 = S 35,7^\circ E$$

En las tablas de azimutes de Terry se encuentra directamente este elemento entrando en la página de la declinación con la latitud como argumento vertical y la hora reducida como argumento horizontal. Se encuentra en la segunda parte de dichas tablas:

$$N 143,3^\circ E = S 36,7^\circ E$$

Las tablas 19ª de Estrada y XVI de la Colección reglamentaria, resuelven también este problema, encontrándose:

$$\left. \begin{matrix} p' = +0,750 \\ p'' = +0,757 \end{matrix} \right\} p = 1,507$$

y

$$Z = S 35,5^\circ E$$

Por el cálculo directo se encuentra exactamente el valor hallado con la regla.

En el ejemplo que se acaba de resolver, el ángulo en el polo es menor de  $6^h$ . Si, por el contrario, alcanzase un valor superior, se tomará su complemento a  $12^h$ , el cual se consideraría como valor de  $h$  para la resolución de las fórmulas. De esta manera no cambiaría el signo de  $sen h$ , pero si el de  $tg h$ . Las cantidades  $p'$  y  $p''$  que vienen dadas por elementos que tienen todos dos maneras de existir, pueden a su vez ser positivas o negativas, y para distinguir su signo lleva la regla en el reverso, debajo de cada fórmula, una regla abreviada de signos cuya interpretación es la siguiente:

Para  $p'$ : siendo la latitud y declinación de la misma especie y estando el astro al  $E$ :  $-$ ; y al  $W$ :  $+$ . Si la latitud y declinación son de especie contraria, estando el astro al  $E$ :  $+$ ; y  $-$  si está al  $W$ .

Para  $p''$ : siendo el horario menor de  $6^h$  y estando el astro al  $E$ :  $+$ ; y  $-$  si está al  $W$ . Si el horario es mayor de  $6^h$ ,  $-$  cuando está el astro al  $E$ ; y  $+$  si está al  $W$ .

Para  $Z$ : estando el astro al  $E$ , para  $p$  positivo, se cuenta el azimut desde el polo depreso, y para  $p$  negativo desde el elevado. Por el contrario, cuando el astro está al  $W$ , si  $p$  es positivo, se contará desde el polo elevado y desde el depreso si  $p$  es negativo.

No se dará el caso de que  $l$  o  $d$  excedan de  $84^\circ$ , límite de la escala de tangentes; pero puede suceder que el valor de  $h$  sea próximo a  $6^h$ ; y también, aunque esto no ocurrirá nunca con el Sol en latitudes ordinarias, que  $cot Z$  corresponda a un ángulo superior a  $84^\circ$ . En uno y otro caso se buscarán estas tangentes de ángulos grandes en la tabla del reverso de la regla.

#### 5.9 HORARIO APROXIMADO PARA LA DETERMINACIÓN DE LA ASCENSIÓN RECTA DE UN ASTRO, CONOCIENDO EL AZIMUT, LA ALTURA Y LA LATITUD PRÓXIMA

$$p = p' + p'' \begin{cases} p' = \frac{tg a}{sen Z} \\ p'' = - \frac{tg l}{tg Z} \end{cases}$$

$$cot h = p \cdot cos l$$

31° ejemplo: El 2 de Enero de 1906 se ha observado la altura de una estrella  $a = 52^\circ 30'$  y la marcación N.  $25^\circ$  E. La situación del buque por estima era: lat. N.  $= 12^\circ 40'$  y long. E.  $= 50^\circ 54'$ .

Se determinan de la misma manera que para el caso anterior:

$$p' = +3,08 \text{ y } p'' = -0,47$$

de donde:

$$p = +2,6'$$

y  $h = 1^h 25,6^m$  como ángulo en el polo, a lo que corresponde el horario astronómico:

$$h = 22^h 34,4^m$$

Por no hacerse de esta aplicación una práctica diaria, sólo se cita como ejemplo; y ni estas fórmulas, ni la regla de los signos para aplicarlas, figuran en el reverso de la regla

#### 5.10 DERROTA ORTODRÓMICA. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES $\alpha$ Y $\beta$ DE UN CÍRCULO MÁXIMO

Se determinan por las fórmulas:

$$\operatorname{tg} \left[ \frac{1}{2} (L'' + L') - \alpha \right] = \frac{\operatorname{sen}(l'' + l') \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2} (L'' - L')}{\operatorname{sen}(l'' - l')}$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} l'}{\operatorname{sen}(L' - \alpha)}$$

32° ejemplo: Determinar las constantes  $\alpha$  y  $\beta$  de un arco de círculo máximo que pasa por un punto situado en lat. N.  $= 28^\circ 25'$  y long. W.  $= 73^\circ 00'$ ; y otro punto en lat. N.  $= 42^\circ 12'$  y longitud W.  $= 2^\circ 38'$ .

$$l' = 28^\circ 25' + \quad L' = 73^\circ 00' -$$

$$l'' = 42^\circ 12' + \quad L'' = 2^\circ 38' -$$

$$l'' + l' = 70^\circ 37' + \quad L'' + L' = 75^\circ 38' -$$

$$l'' - l' = 13^\circ 47' + \quad L'' - L' = 70^\circ 22' +$$

$$\frac{1}{2} (L'' + L') = 37^\circ 49' -$$

$$\frac{1}{2} (L'' - L') = 35^\circ 11' +$$

$$\operatorname{tg} \left[ \frac{1}{2} (37^\circ 49') - \alpha \right] = \frac{\operatorname{sen} (70^\circ 22') \cdot \operatorname{tg} (35^\circ 11')}{\operatorname{sen} (13^\circ 47')}$$

Con la reglilla colocada con su anverso hacia arriba, se llevará debajo del seno de  $70^\circ 20'$  el de  $13^\circ 50'$  y se moverá el cursor hasta colocarlo sobre  $35^\circ 10'$  de la escala  $T$ . Volviendo la reglilla a su posición natural, y leyendo el ángulo de esta última escala que cae debajo del cursor, se encuentra:

$$- (37^\circ 49') - \alpha = +70^\circ 15'$$

de donde:

$$\alpha = -108^\circ 4'$$

$$L' = -73^\circ 00'$$

$$L' - \alpha = +35^\circ 4'$$

Por el mismo anverso de la regla se deduce de

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} (28^\circ 25')}{\operatorname{sen} (35^\circ 4')}$$

$$\beta = 43^\circ 20'$$

Este problema, resuelto con las tablas de logaritmos, da:

$$l' = 28^\circ 25' +$$

$$l'' = 42^\circ 12' +$$

$$l'' + l' = 70^\circ 37' + \dots \log \operatorname{sen} = 9,974659 +$$

$$l'' - l' = 13^\circ 47' + \dots \log \operatorname{sen} = 0,622965 +$$

$$L' = 73^\circ 00' -$$

$$L'' = 2^\circ 38' -$$

$$L'' + L' = 75^\circ 38' -$$

$$\frac{1}{2} (L'' + L') = 37^\circ 49' -$$

$$L'' - L' = 70^\circ 22' +$$

$$\frac{1}{2} (L'' - L') = 35^\circ 11' + \dots \log \operatorname{tg} = 9,848181 +$$

$$\log \operatorname{tg} \left[ \frac{1}{2} (L'' - L') - \alpha \right] = 0,445805 +$$

$$\frac{1}{2} (L'' + L') - \alpha = 70^\circ 17' +$$

$$\alpha = 108^\circ 6' -$$

$$L' - \alpha = 35^\circ 6' + \dots \log \operatorname{sen} = 0,240328 +$$

$$\log \operatorname{tg} l' = 9,733257 +$$

$$\log \operatorname{tg} \beta = 9,973585 +$$

$$\beta = 43^\circ 16'$$

#### 5.11 DERROTA ORTODRÓMICA. SU TRAZADO SOBRE LA CARTA

En la fórmula

$$\operatorname{tg} l = \operatorname{tg} \beta \cdot \operatorname{sen} (L - \alpha)$$

se hará variar a  $L$  de 5 en 5 grados.

33° ejemplo: Determinar los puntos de la ortodrómica del ejemplo anterior.

Colocada la reglilla en su posición normal con el anverso hacia arriba, se llevará el cursor encima del arco  $43^\circ 20'$  leído en la escala  $T$ , y se moverá la reglilla hasta llevar su extremidad de la derecha debajo del cursor; entonces, correspondiéndose con cada valor de  $L - \alpha$ , se encontrarán las diversas tangentes de la latitud:

$$\operatorname{tg} l_1 = 0,606, \operatorname{tg} l_2 = 0,668 \dots$$

Volviendo a colocar la reglilla en su posición normal, se encontrarán enfrente de los valores de las tangentes en la escala  $N$  los valores de:

$$l_1 = 31^\circ 15', l_2 = 33^\circ 45' \dots$$

Procediendo de esta manera se encontrarán, para los diversos valores de  $L$ :

$L_1 = 68^\circ 00' -$		
$L_1 - \alpha = 40^\circ 6' +$	$\text{tg } l_1 = 0,606$	$l_1 = 31^\circ 15'$
$L_2 = 63^\circ 00' -$		
$L_2 - \alpha = 45^\circ 6' +$	$\text{tg } l_2 = 0,668$	$l_2 = 33^\circ 45'$
$L_3 = 58^\circ 00' -$		
$L_3 - \alpha = 50^\circ 6' +$	$\text{tg } l_3 = 0,723$	$l_3 = 35^\circ 25'$
$L_4 = 53^\circ 00' -$		
$L_4 - \alpha = 55^\circ 6' +$	$\text{tg } l_4 = 0,773$	$l_4 = 37^\circ 40'$
$L_5 = 48^\circ 00' -$		
$L_5 - \alpha = 60^\circ 6' +$	$\text{tg } l_5 = 0,815$	$l_5 = 39^\circ 10'$
$L_6 = 43^\circ 00' -$		
$L_6 - \alpha = 65^\circ 6' +$	$\text{tg } l_6 = 0,851$	$l_6 = 40^\circ 30'$
$L_7 = 38^\circ 00' -$		
$L_7 - \alpha = 70^\circ 6' +$	$\text{tg } l_7 = 0,885$	$l_7 = 41^\circ 30'$
$L_8 = 33^\circ 00' -$		
$L_8 - \alpha = 75^\circ 6' +$	$\text{tg } l_8 = 0,910$	$l_8 = 42^\circ 20'$
$L_9 = 28^\circ 00' -$		
$L_9 - \alpha = 80^\circ 6' +$	$\text{tg } l_9 = 0,927$	$l_9 = 42^\circ 50'$
$L_{10} = 23^\circ 00' -$		
$L_{10} - \alpha = 85^\circ 6' +$	$\text{tg } l_{10} = 0,938$	$l_{10} = 43^\circ 10'$
$L_{11} = 18^\circ 00' -$		
$L_{11} - \alpha = 90^\circ 6' +$	$\text{tg } l_{11} = 0,943$	$l_{11} = 43^\circ 20'$
$L_{12} = 13^\circ 00' -$		
$L_{12} - \alpha = 95^\circ 6' +$	$\text{tg } l_{12} = 0,937$	$l_{12} = 43^\circ 10'$
$L_{13} = 8^\circ 00' -$		
$L_{13} - \alpha = 100^\circ 6' +$	$\text{tg } l_{13} = 0,926$	$l_{13} = 42^\circ 50'$
$L_{14} = 3^\circ 00' -$		
$L_{14} - \alpha = 105^\circ 6' +$	$\text{tg } l_{14} = 0,909$	$l_{14} = 42^\circ 15'$

Este mismo ejemplo, resuelto por las tablas de logaritmos, conduce a los resultados siguientes:

$L_1 = 68^\circ 00' -$		
$L_1 - \alpha = 40^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'808969 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_1 = 9'782554 +$	$\dots l_1 = 31^\circ 13' +$
$L_2 = 63^\circ 00' -$		
$L_2 - \alpha = 45^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'850242 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_2 = 9'823827 +$	$\dots l_2 = 33^\circ 41' +$
$L_3 = 58^\circ 00' -$		
$L_3 - \alpha = 50^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'884889 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_3 = 9'858474 +$	$\dots l_3 = 35^\circ 50' +$

$L_4 = 53^\circ 00' -$		
$L_4 - \alpha = 55^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'913894 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_4 = 9'887479 +$	$\dots l_4 = 37^\circ 40' +$
$L_5 = 48^\circ 00' -$		
$L_5 - \alpha = 60^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'937967 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_5 = 9'911552 +$	$\dots l_5 = 39^\circ 12' +$
$L_6 = 43^\circ 00' -$		
$L_6 - \alpha = 65^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'957628 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_6 = 9'931213 +$	$\dots l_6 = 40^\circ 29' +$
$L_7 = 38^\circ 00' -$		
$L_7 - \alpha = 70^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'973261 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_7 = 9'946846 +$	$\dots l_7 = 41^\circ 30' +$
$L_8 = 33^\circ 00' -$		
$L_8 - \alpha = 75^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'985146 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_8 = 9'958731 +$	$\dots l_8 = 42^\circ 17' +$
$L_9 = 28^\circ 00' -$		
$L_9 - \alpha = 80^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'993484 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_9 = 9'967069 +$	$\dots l_9 = 42^\circ 50' +$
$L_{10} = 23^\circ 00' -$		
$L_{10} - \alpha = 85^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'998410 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_{10} = 9'971995 +$	$\dots l_{10} = 43^\circ 9' +$
$L_{11} = 18^\circ 00' -$		
$L_{11} - \alpha = 90^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'999999 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_{11} = 9'973584 +$	$\dots l_{11} = 43^\circ 16' +$
$L_{12} = 13^\circ 00' -$		
$L_{12} - \alpha = 95^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'998277 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_{12} = 9'971862 +$	$\dots l_{12} = 43^\circ 9' +$
$L_{13} = 8^\circ 00' -$		
$L_{13} - \alpha = 100^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'993217 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_{13} = 9'966802 +$	$\dots l_{13} = 42^\circ 49' +$
$L_{14} = 3^\circ 00' -$		
$L_{14} - \alpha = 105^\circ 6' +$	$\dots \log \text{sen} = 9'984740 +$	
	$\log \text{tg } \beta = 9'973585 +$	
	$\log \text{tg } l_{14} = 9'958325 +$	$\dots l_{14} = 42^\circ 15' +$

Como se ve, la rapidez de cálculo que se consigue con la regla es muy grande, no obteniéndose, en cambio, el mismo grado de aproximación que en los casos anteriores. Este irá aumentando a medida que las latitudes se separen de  $45^\circ$  en uno y otro sentido, así como los valores de las constantes  $\alpha$  y  $\beta$ , por tenerse que leer en la escala  $T$ , cuyas divisiones menores corresponden a aquel ángulo.

Comparando los resultados obtenidos por los dos procedimientos, se observa que las diferencias entre unos y otros llega hasta seis millas, que, en absoluto, es ya un valor apreciable. Pero teniendo en cuenta que la derrota ortodrómica no se empleará más que en mares de gran



extensión, cuyas cartas estén en punto menor, y que en ellas no se pueda apreciar la milla, el error que se cometa operando con la regla resulta despreciable al llevar el punto sobre la carta. Así, en la carta general del Atlántico, y en latitudes de  $45^\circ$ , la división más pequeña, de 1,6 mm representa 10 minutos; y el error que se cometa, debido al compás o a la punta del lápiz al representar el punto en la carta, no bajará probablemente de la mitad de aquella división, lo que implica por esto solo un error de cinco millas.

Por otra parte, un error de seis minutos en la latitud para una diferencia de longitud de cinco grados, afecta al rumbo en una cantidad que, tratándose de latitudes de  $45^\circ$ , es inferior a

$$tg \frac{6}{300 \cdot \cos 45^\circ} = 1,56''$$

el cual a su vez es evidentemente menor que los errores resultantes de una corrección de aguja mal establecida, del efecto de las corrientes, o de la dificultad del timonel para conservar siempre rigurosamente el mismo rumbo.

#### 5.12 DERROTA ORTODRÓMICA. CÁLCULO DE LAS CONSTANTES $\alpha'$ Y $\beta$ CUANDO NO SE QUIERE PASAR DE UNA LATITUD DETERMINADA

Estas constantes son la de los dos círculos máximos que pasando por los puntos de salida y llegada son tangentes al paralelo de latitud, y que están dadas por las fórmulas:

$$\text{sen}(L' - \alpha') = \frac{tg l'}{tg l_n}$$

$$\text{sen}(L'' - \alpha'') = \frac{tg l''}{tg l_n}$$

34° ejemplo: Calcular las constantes  $\alpha'$  y  $\alpha''$  de la derrota entre Bahía Storm, en lat.  $S = 43^\circ 14'$  y long.  $E = 154^\circ 00'$ ; y Valparaíso, en lat.  $S = 33^\circ 00'$  y long.  $W = 65^\circ 22'$ , siendo de  $50^\circ S$  la latitud de la cual no se quiere pasar.

$$\text{sen}(154^\circ - \alpha') = \frac{tg(43^\circ 14')}{tg 50^\circ}; 154^\circ - \alpha' = 52,1^\circ$$

$$\alpha' = 101,9^\circ$$

$$\text{sen}(65^\circ - \alpha'') = \frac{tg(33^\circ 00')}{tg 50^\circ}; 65^\circ - \alpha'' = 33,0^\circ$$

$$\alpha'' = 32,0^\circ$$

Córrase el cursor sobre  $43^\circ 15'$  de la escala  $T$  y muévase la reglilla hasta llevar debajo de él los  $50^\circ$  de la misma escala, corriendo nuevamente el cursor hasta traerlo sobre la extremidad derecha de la graduación. Volviendo la reglilla a su posición normal, se leerá en la escala  $S$ , debajo de la raya:  $52^\circ, 1$ , de donde se deduce el valor de  $\alpha'$ .

De la misma manera se encontraría el valor  $33^\circ$ , que determina a  $\alpha''$ .

Esto problema, resuelto por medio de las tablas de logaritmos, conduce al cálculo siguiente:

$$\begin{aligned} l' &= 43^\circ 14' - & \dots \log tg &= 9'97320 - \\ l_n &= 50^\circ 00' - & \dots \log cot &= 9,92381 - \\ L' &= 154^\circ 00' + & \dots \log \text{sen}(154^\circ - \alpha') &= 9'89701 + \\ & & 154^\circ - \alpha' &= 52^\circ 5' + \\ & & \alpha' &= 101^\circ 55' + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} l'' &= 33^\circ 00' - & \dots \log tg &= 9'81252 - \\ l_n &= 50^\circ 00' - & \dots \log cot &= 9'92381 - \\ L'' &= 65^\circ 00' - & \dots \log \text{sen}(65^\circ - \alpha'') &= 9'73633 + \\ & & 65^\circ - \alpha'' &= 33^\circ 1' + \\ & & \alpha'' &= 98^\circ 1' - \end{aligned}$$

No entrará en este cálculo la tangente de un ángulo grande; y si se tratase de un ángulo pequeño, se buscaría, como tantas veces se dijo, el seno en vez de la tangente.

#### 5.13 DERROTA ORTODRÓMICA. CÁLCULO DEL ÁNGULO INICIAL DE UN CÍRCULO MÁXIMO

Se determina por las fórmulas:

$$p = p' + p'' \begin{cases} p' = \frac{tg l'}{\text{sen } \Delta L} \\ p'' = \frac{tg l''}{tg \Delta L} \end{cases}$$

$$\cot R = p \cdot \cos l,$$

que son exactamente análogas a las que sirvieron para determinar el azimut y la ascensión recta de un astro. Por la gran semejanza de este caso con los citados, no se pone nuevo ejemplo, haciendo notar que, aquí como allí, si la cotangente fuere superior a 10, habría que buscarla en la tabla del reverso de la regla.

No se ha inscrito por detrás de la regla ninguna de las fórmulas referentes a la derrota ortodrómica por no necesitarse recurrir a ellas con frecuencia.

#### 5.14 SITUACIÓN POR DOS MARCACIONES A UN PUNTO, RUMBO Y DISTANCIA NAVEGADA EN EL INTERVALO

La distancia al punto en la segunda marcación, está dada por la fórmula:

$$d = D \frac{\text{sen } R}{\text{sen}(R' - R)}$$

35° ejemplo: A las 12<sup>h</sup> 5<sup>m</sup> se marcó una farola con el círculo de Er. dando una lectura de  $45^\circ$ , y a las 13<sup>h</sup> 25<sup>m</sup> se volvió a marcar la misma farola con el mismo círculo, dando una lectura de  $108^\circ$ . El andar en este intervalo fue

de 12 millas, siempre al mismo rumbo S. 40° E. (v).  
Determinar la situación del buque.

Se tendrá:

$$\begin{aligned} R &= 45^\circ + \\ R' &= 108^\circ + \\ R' - R &= 63^\circ + \end{aligned}$$

Colocada la reglilla con el reverso hacia arriba, se llevará su extremidad izquierda debajo del 12 de la escala N, y correspondiéndose con 1,333 de la misma escala de aquella, se encuentra como distancia:

$$D = 16.$$

Invirtiendo la reglilla, se llevará el 63 de la escala S debajo del 16 de la escala superior de la regla, y encima de los 45° de la misma escala se leerá:

$$d = 12,65$$

que se llevará a partir del punto en la dirección N 68° E.

Por la tabla 23ª de Estrada, en su columna F, o por la XXXI de la Colección reglamentaria, se encuentra:

$$F = 0,8$$

que multiplicado por 16, da:

$$d = 12,8$$

#### 5.15 MÍNIMA DISTANCIA A QUE SE PASA DE UN PUNTO DE LA COSTA, DETERMINADA POR DOS MARCACIONES, RUMBO Y DISTANCIA NAVEGADA EN EL INTERVALO

Se resuelve por la fórmula:

$$d(\min.) = D \cdot \frac{\text{sen } R \cdot \text{sen } R'}{\text{sen}(R' - R)}$$

36° ejemplo: La marcación con el círculo de un punto de la costa dio +25°, y después de haber navegado 7,3 millas al mismo rumbo, se marcó de nuevo a los +73°. Se desea saber la menor distancia a que se pasará del punto marcado.

$$R = +25^\circ$$

$$R' = +73^\circ$$

$$R' - R = +48^\circ$$

Se llevará el extremo derecho de la graduación de la reglilla, colocada con su anverso hacia arriba, debajo de 7,3 y se correrá el cursor hasta colocarlo sobre 25° de la escala S. Se correrá la reglilla, llevando los 48° de la misma escala debajo de la raya de aquél, y sobre la graduación 73° se leerá:

$$d(\min) = 4,00 \text{ millas.}$$

Por las mismas tablas que resuelven el caso anterior, se encuentra:

$$f = 0,54,$$

y por consiguiente:

$$d(\min) = 0,54 \times 7,3 = 3,95 \text{ millas.}$$

La exactitud que proporciona la regla, tanto en esta aplicación como en la anterior, es superior a la de las tablas, y desde luego a la que exigen las necesidades prácticas.

#### 5.16 PARALAJE EN ALTURA DE LOS PLANETAS

Viene dada por la fórmula:

$$p = P \cdot \cos a$$

37° ejemplo: El día 5 de Diciembre de 1906 se observó una altura de Venus de 35° 43' 50", y se quiere determinar la paralaje en altura.

Para este día se encuentra en el Almanaque náutico:

$$P = 32,7''$$

Se correrá la reglilla trayendo la extremidad derecha de su graduación encima de 32,7, y leyendo el número correspondiente a 35,7° en la escala C, se halla:

$$p = 26,6''$$

Sin mover la regla de esta posición, se pueden leer todas las paralajes corregidas correspondientes a las diversas alturas de este planeta que se hayan observado en la noche.

Las tablas 11ª de Estrada, XII de Mendoza y VIII de la Colección reglamentaria conducen al mismo resultado.

#### 5.17 REDUCIR DOS ALTURAS A UN MISMO HORIZONTE

$$a_r = a + D \cdot \cos G$$

Se determina de la misma manera que en el ejemplo anterior el término  $D \cdot \cos G$ , que será positivo si el ángulo que forma la dirección de la proa con el vertical del astro es menor de 90°, y negativo si fuese mayor, en cuyo caso habría que entrar en la regla con el suplemento a 180°.

#### 5.18 LATITUD POR LA ALTURA DE LA ESTRELLA POLAR

$$l = a - \Delta \cdot \cos h$$

Conocido el ángulo en el polo  $h$  y la distancia polar, se determinará la corrección  $\Delta \cdot \cos h$ , como en los casos anteriores. La distancia polar se expresará en minutos y con ella se entrará en la escala inferior de la regla.

## 5.19 RADIO DE CURVATURA DE LAS CURVAS DE ALTURAS IGUALES

$$\rho = \frac{tg(h_{SF} - L)}{\text{sen } Z} \times 3438$$

38° ejemplo: Al tener un astro un ángulo en el polo de 4<sup>h</sup> 25<sup>m</sup> y un azimut de 60°, se desea saber el radio de curvatura en el lugar ocupado por el buque.

$$\rho = \frac{tg(4^h 25^m)}{\text{sen } 60^\circ} \times 3438$$

Con la reglilla colocada con su anverso hacia arriba, se correrá hasta llevar debajo de la línea de fe del reverso de la regla las 4<sup>h</sup> 25<sup>m</sup> de la escala C, encontrándose en el anverso, y enrasada con la línea 100-100 de la escala C,

$$66,2^\circ$$

Se colocará después el cursor sobre 3438 de la escala N de la regla, y se llevarán debajo de él los 60° de la escala S; leyéndose entonces el número que corresponde a los 66,2 de la escala T, se encuentra:

$$\rho = 8.900 \text{ millas.}$$

Por la primera parte de la tabla 19<sup>a</sup> de Estrada o de la XVI de la Colección reglamentaria, se encuentra:

$$\rho = 8.904,42.$$

## 5.20 MÍNIMAS ALTURAS EN QUE PUEDE SUSTITUIRSE LA CURVA DE POSICIÓN POR UN CÍRCULO

Están dadas por:

$$\cos a = 0,122 \cos d$$

Este número 122 está señalado con un trazo que lleva las iniciales CP en la escala inferior de la regla.

39° ejemplo: Calcular la menor altura cuya curva correspondiente puede sustituirse por un círculo concéntrico, para un astro cuya declinación es 24°.

Se colocará la extremidad derecha de la graduación de la reglilla encima de la línea de referencia, y se moverá el cursor llevándolo sobre los 24° de la escala C; trayendo después aquélla a su posición normal, se leerá en la escala C el arco:

$$a = 83^\circ 37'$$

Las tablas 29<sup>a</sup> de Estrada y XXII de la Colección reglamentaria resuelven este problema y conducen exactamente al mismo resultado.

## 5.21 CORRECCIÓN POR RETARDO Y LONGITUD PARA HALLAR LA HORA DEL PASO DE LA LUNA POR UN MERIDIANO CUALQUIERA

$$x = R \frac{L}{360}$$

40° ejemplo: Determinar esta corrección para un lugar de longitud W. 67° 45', con un retardo de 56,2<sup>m</sup>.

Colocada la reglilla con su reverso hacia arriba, se llevará 360 debajo de 67,8, y sobre 56,2 se encontrará:

$$10,6^m.$$

La tabla 5<sup>a</sup> de Estrada, la XXXII de Mendoza y la XXXIII de la Colección reglamentaria dan la corrección con una aproximación que no es mayor que la del resultado encontrado.

## 5.22 ALTURA DE LA PLEAMAR POR ENCIMA DEL NIVEL MEDIO EN LAS MAYORES MAREAS EQUINOCCIALES, EN LAS VIVAS MEDIAS Y EN LAS MUERTAS

$$A = 1,18 \cdot U$$

$$A = 0,93 \cdot U$$

$$A = 0,45 \cdot U$$

La regla tiene marcado con un trazo designado por A el número 1,18, en donde hay que llevar el extremo izquierdo de la graduación de la reglilla, y, correspondiéndose con la unidad de altura U del lugar considerado, se encuentra A.

## 5.23 DEPRESIÓN APARENTE DE HORIZONTE

En el reverso de la regla están anotadas las depresiones para las alturas ordinarias, y pasando el límite de esta tabla se calcularán por:

$$D''_a = 106,5 \cdot \sqrt{e}$$

41° ejemplo: Determinar la depresión aparente de horizonte para una elevación de 120 metros.

Póngase el cursor sobre 12, y córrase la reglilla con su reverso hacia arriba hasta que marque en la regla con una de sus extremidades (en este caso la izquierda) un número igual al que cae debajo del cursor. Este número que, según se dijo (4.6), debe ser menor de 3,16 en el valor de sus cifras, es para este ejemplo 10,95; pero haciendo de él caso omiso, léase D''<sub>a</sub> sobre el trazo, y se encontrará:

$$1165'' = 19' 25''$$

Determinado esto elemento por la tabla I de Mendoza, por la 8<sup>a</sup> de Estrada, o la XXIX de la Colección reglamentaria, se encontraría:

$$19' 27''$$

## 5.24 DISTANCIA AL ÚLTIMO PUNTO VISIBLE DEL HORIZONTE

También por el reverso de la regla están tabuladas estas distancias para las alturas ordinarias, calculándolas cuando excedan de aquel límite por la fórmula:

$$d = 2,08 \cdot \sqrt{e}$$

42° ejemplo: Calcular la distancia al último punto visible para una altura de 150 metros.

Se colocará el cursor sobre 15, y, colocada la reglilla con su reverso hacia arriba, se correrá hasta encontrar encima de la línea del 1 el mismo número que debajo del cursor. Leyendo sobre el trazo designado por  $d$ , se encuentra:

$$d = 25,5 \text{ millas.}$$

Por las tablas citadas en el caso anterior, se encuentra:

$$d = 25,45$$

Aun cuando, para los efectos de extraer la raíz cuadrada, es indiferente buscar el número  $e$  en cualquiera de las dos partes de la escala  $N$ , conviene, sin embargo -tanto al hallar la depresión como la distancia y para encontrar el resultado de un solo golpe de regla, con cuyo objeto deben caer los trazos  $D''_a$  y  $d$  de la reglilla dentro de la graduación de la regla- que si  $e$  es grande en el valor de las cifras, se busque en la primera mitad de la graduación, y si es pequeño en la segunda, para que en ambos casos la operación se efectúe hacia el centro de la regla.

## 6 Operaciones útiles al navegante.

En esta categoría entran todas aquellas operaciones que, no siendo las generales entre números y funciones ni las últimamente estudiadas de la navegación, son de uso corriente al navegante, como conversiones de medidas o monedas, distancia a un objeto de altura conocida, etc. Estas operaciones se pueden resolver muy fácilmente por medio de la regla, y de ellas se estudiarán como ejemplo algunas aplicaciones que se han creído más frecuentes.

### 6.1 PASAR DE PULGADAS INGLESAS A CENTÍMETROS E INVERSAMENTE.

$$1 \text{ pulgada} = 2,54 \text{ cm}$$

La regla lleva grabado, en la primera parte de la graduación superior, un trazo designado por  $P$ , colocado sobre la lectura 2,54, para recordar el valor de la pulgada en centímetros.

Colocada la reglilla con su reverso hacia arriba, se llevará el 1 de su graduación debajo del 2,54 de la regla (fig. 14), encontrándose de esta manera, encima de los diversos valores en pulgadas leídos en la reglilla, su equivalencia en centímetros en la regla.

Un golpe de regla sirve, por consiguiente, para hacer todas las conversiones imaginables, habiéndose señalado en la figura cinco posiciones del cursor con los números de equivalencia de la medida.

### 6.2 PASAR DE GRADOS CENTÍGRADOS A REAMUR E INVERSAMENTE

$$80^\circ \text{ Reamur equivalen a } 100^\circ \text{ centígrados.}$$

En la segunda parte de la escala superior de la regla, y sobre 80, existe un trazo marcado por  $R^\circ$ , debajo del cual se debe llevar el número 100 de la reglilla para que sobre cada número de ésta que represente centígrados, se encuentre su equivalente en Reamur, o bien proceder inversamente llevando el número 80 de aquélla debajo del 100 como indica la figura 15.

La conversión no ofrece dificultad en ninguno de los dos casos, habiéndose señalado sobre la figura, para el último, cuatro posiciones del cursor con sus lecturas correspondientes.

### 6.3 PASAR DE KILOGRAMOS POR CENTÍMETRO CUADRADO A LIBRAS POR PULGADA CUADRADA

$$1 \text{ kg cm}^2 = 14,2 \text{ libras pulgada cuadrada.}$$

Se llevará el 1 de la reglilla debajo del trazo  $lp$  de la regla, colocado sobre la graduación 14,2; y encima de los  $\text{kg cm}^2$ , leídos en la reglilla, se encontrarán las libras pulgadas cuadradas en la regla.

### 6.4 PASAR DE UN ARCO EN GRADOS A RADIANES E INVERSAMENTE.

$$1 \text{ radian} = 57,3^\circ$$

Este número de 57,3 está marcado en la segunda parte de la regla con el trazo  $R$ , debajo del cual se llevará el 100 de la reglilla, leyéndose en la escala de ésta los radianes y en la de la regla los grados.

### 6.5 PASAR DE LA VELOCIDAD EN MILLAS POR HORA A METROS POR SEGUNDO, E INVERSAMENTE.

$$1 \text{ milla por hora} = 0,514 \text{ metros por segundo.}$$

El número 0,514 está marcado por el trazo  $Vm$ , debajo del cual se llevará el 1 de la reglilla. Las velocidades en metros se leerán en la escala de la regla; y las velocidades en millas, en la de la reglilla.

Para pasar simplemente de millas a metros se ha colocado la inicial  $M$  sobre el número 1852 de la regla, debajo del cual se deberá llevar el 1 de la reglilla.

### 6.6 VELOCIDAD DEL BUQUE DEDUCIDA DEL TIMBRAZO DE LA CORREDERA DE PATENTE

Dos timbrazos consecutivos representan  $\frac{1}{6}$  de milla, y si el tiempo transcurrido entre uno y otro fue de  $n$  segundos, en  $n$  horas andaría 600 millas y, por consiguiente, en una hora:

$$V = \frac{600}{n}$$

El número 600 está señalado con las letras *Cp*, debajo del cual se debe llevar el número de segundos para obtener como cociente la velocidad.

#### 6.7 VELOCIDAD DE UN BUQUE EN MILLAS POR HORA, DEDUCIDA DEL TIEMPO QUE TARDA EN RECORRER LA MILLA MEDIDA

Siendo  $n$  el número de segundos que tarda en recorrer la milla, en  $n$  horas andaría 3.600 millas, y en una hora:

$$V = \frac{3.600}{n}$$

Basta llevar, por lo tanto, el número de segundos debajo del trazo designado por  $M_m$ , para que una de las extremidades de la reglilla dé la velocidad.

#### 6.8 DISTANCIA A UN OBJETO DE ALTURA CONOCIDA

Siendo  $H$  la altura y  $\theta$  el ángulo bajo el cual se ve:

$$d = \frac{H}{\operatorname{tg} \theta}$$

43° ejemplo. La altura de un pico de 630 metros se ve bajo un ángulo de 6° 56'. Determinar la distancia que lo separa del observador.

Se llevará debajo de 630 el arco 6° 56' de la escala T, encontrándose:

$$d = 5.180 \text{ metros.}$$

44° ejemplo: Una altura de tope de 30 metros se ve bajo un ángulo de 41' 20". Determinar la distancia al buque.

Colocada la reglilla con su anverso hacia arriba, se llevará debajo del 30 de la regla los 41,3' de la escala S, encontrándose:

$$d = 2.530 \text{ metros.}$$

45° ejemplo: Determinar la distancia a un buque cuya altura de tope de 25 metros se ve bajo un ángulo de 15' 30".

$$d = \frac{H}{2,9 \cdot \theta} \times 10^4$$

Se llevará el 2,9 de la escala N de la reglilla debajo del 25 de la regla, corriendo el cursor hasta colocarlo sobre el 1, y llevando debajo de él 15,5 se encuentra:

$$d = 5.570 \text{ metros.}$$

#### 6.9 CAMBIOS DE MONEDA

46° ejemplo: Averiguar a qué cantidad en chelines equivalen 119 pesetas, sabiendo que los cambios están al 28.

$$\frac{119}{1,26} \times \frac{25}{28}$$

Se llevará debajo del 119 de la regla el 1,26 de la reglilla, colocando el cursor sobre el 1 y llevando debajo de él el 28 de aquélla, y leyendo sobre el 25 se encuentra:

84,4 chelines

FIN

## 7 Variaciones Introducidas en la Construcción

Se aumentó la longitud de la regla de 26 cm a 27,3, variando en consecuencia la longitud de la graduación en milímetros del canto recto y también la del interior del rebajo de la reglilla.

Se suprimieron las iniciales CP y CO.

En la tira de papel pegada por detrás de la regla, se suprimió la última línea del cuadro de depresiones y distancias, correspondientes a 15 m. Se suprimieron las fórmulas que dan la altura y horario de un astro al estar en el punto del cielo en que su ángulo de posición es recto; y se introdujo la fórmula  $\operatorname{sen} A = \frac{\operatorname{sen} d}{\cos l}$

### 7.1 FE DE ERRATAS

Las erratas incluidas en este apartado ya se han corregido en el texto.



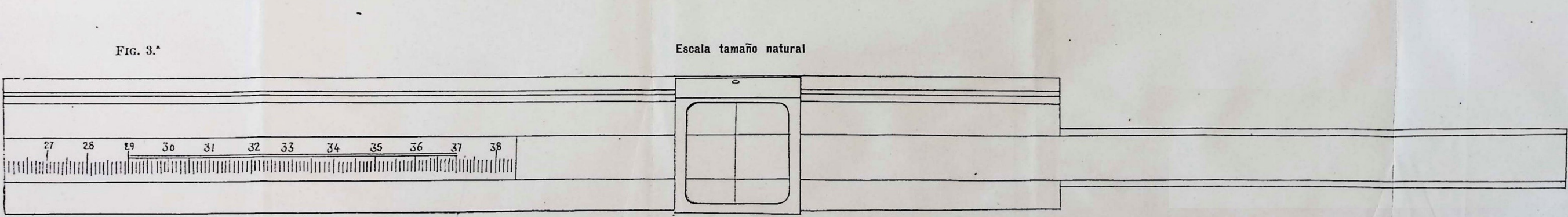
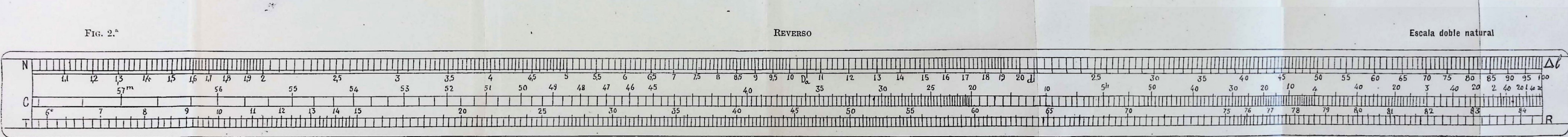
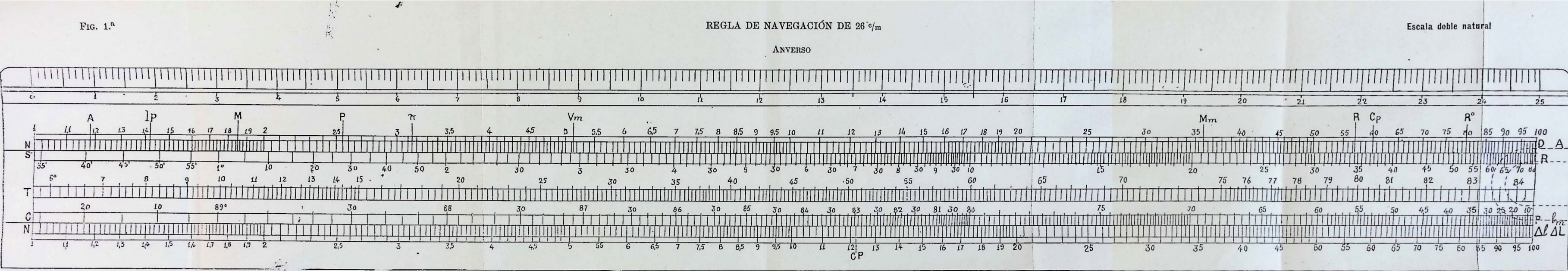
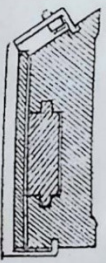


FIG. 4.<sup>a</sup>





REGLA DE NAVEGACIÓN DE 26 c/m

FIG. 5.

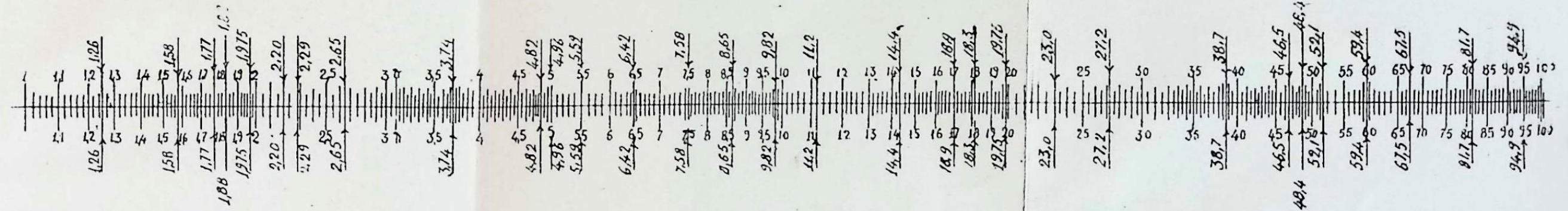


FIG. 6.

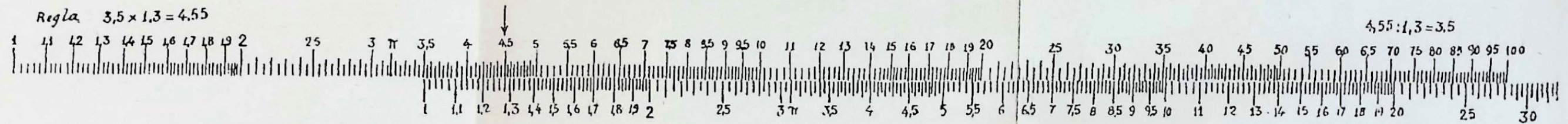


FIG. 7.



FIG. 8.

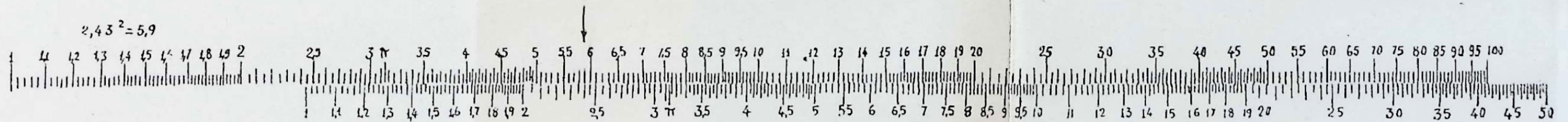


FIG. 9.

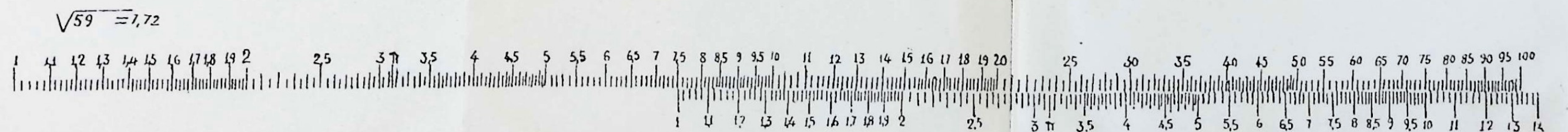
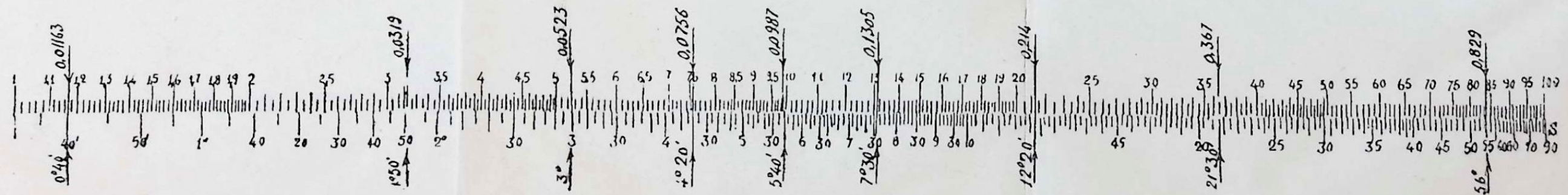


FIG. 10.





REGLA DE NAVEGACIÓN DE 26 c/m

FIG. 11.

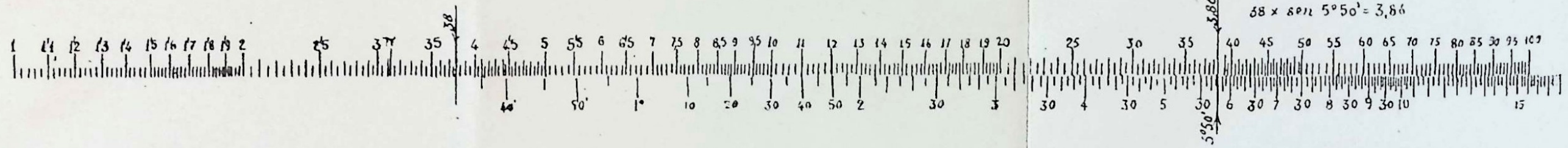


FIG. 12.

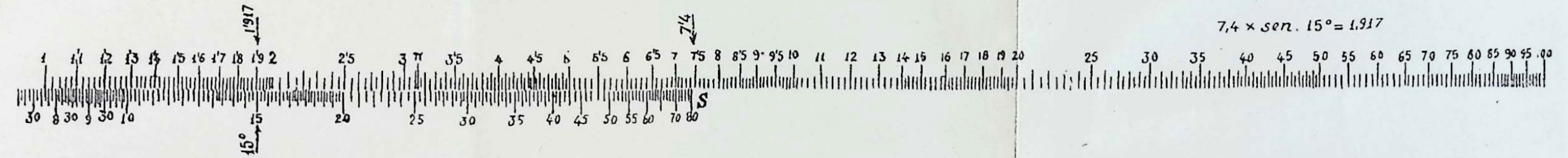


FIG. 13.

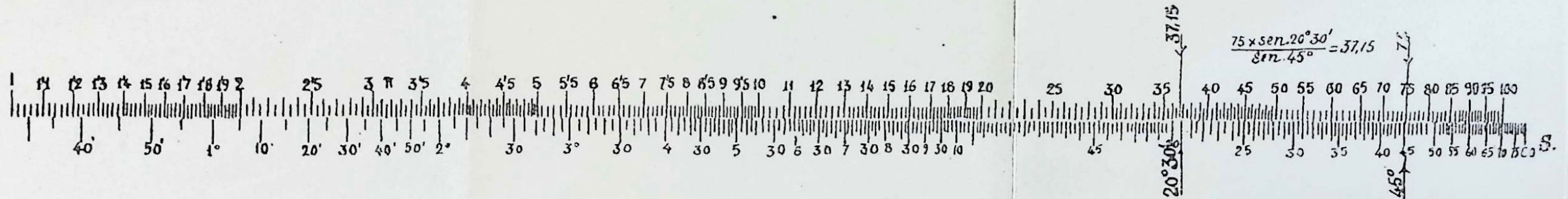


FIG. 14.

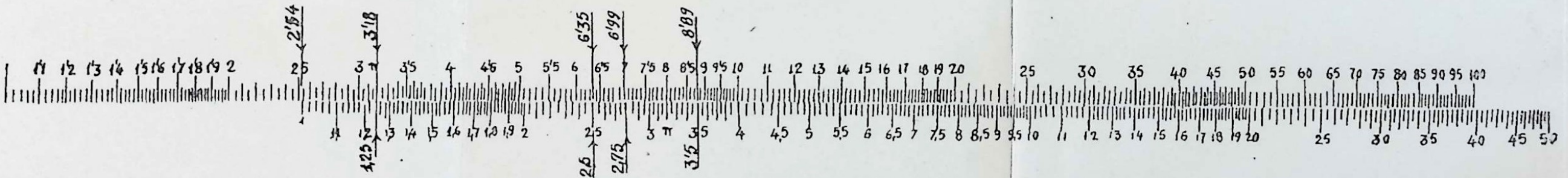


FIG. 15.

